

## ECOLOGÍA

## CRECIMIENTO EXPONENCIAL Y LOGÍSTICO.

1º) Una población aumenta en tamaño un 12% cada año. ¿cuál será el tiempo aproximado en que se duplique?

tiempo de duplicación

$$N_t = 2N_0 \quad ; \quad 2N_0 = N_0 \cdot e^{rt} \quad ; \quad \frac{2N_0}{N_0} = e^{rt} \quad ;$$

$$\ln 2 = r \cdot t$$

$$t = \frac{\ln 2}{r} \quad \text{siendo } r = 0,12$$

$$t = \frac{0,6931}{0,12} = 5,77 \text{ años}$$

2º) Se espera que una población se duplique aproximadamente en 50 años. Calcular la tasa intrínseca de crecimiento natural ( $r$ ) para dicha población. Si el tamaño de la población en 2012 es 5,4, ¿cuántos individuos tendrá la población en el año 2015?  $N_t = 2N_0$  a los 50

$$\Rightarrow N_t = N_0 \cdot e^{rt}$$

$$\ln N_t = \ln N_0 + r \cdot t$$

$$\ln 2N_0 = \ln N_0 + r \cdot t$$

$$r = \frac{\ln 2N_0 - \ln N_0}{t} = \frac{\ln 2 \cdot 5,4 - \ln 5,4}{50} = \frac{2,38 - 1,69}{50} = \boxed{0,0138 \text{ años}^{-1}}$$

$$\Rightarrow N_t = N_0 \cdot e^{rt}$$

$$N_t = 5,4 \cdot e^{0,0138 \cdot 3}$$

$$N_t = 5,4 \cdot e^{0,0414} = \boxed{5,628}$$

3º) Estás estudiando una población de 3000 individuos. Durante el periodo de 1 mes se registraron 400 nacimientos y 150 muertes en la población. Estimar la tasa de nacimientos ( $b$ ) y la de mortandad ( $m$ ). Calcular la tasa intrínseca de crecimiento natural ( $r$ ) y estimar el valor de la población ( $n$ ) tras 6 meses.

$$r = b - m$$

$$M = m \cdot N_0$$

$$150 = m \cdot 3000$$

$$m = 0,05$$

$$B = b \cdot N_0$$

$$400 = b \cdot 3000$$

$$b = 0,133$$

$$r = 0,133 - 0,05 = 0,083 \text{ mes}^{-1}$$

$$N_t = 3000 \cdot e^{0,083 \cdot 6}$$

$$N_t = 4936,28137$$

4º) Se ha muestreado durante 5 días consecutivos el crecimiento de una población y se han obtenido los siguientes valores: 100, 158, 315, 398 y 794. Dibujar el logaritmo neperiano del valor de la densidad ( $n$ ) de la población y calcular  $r$ .

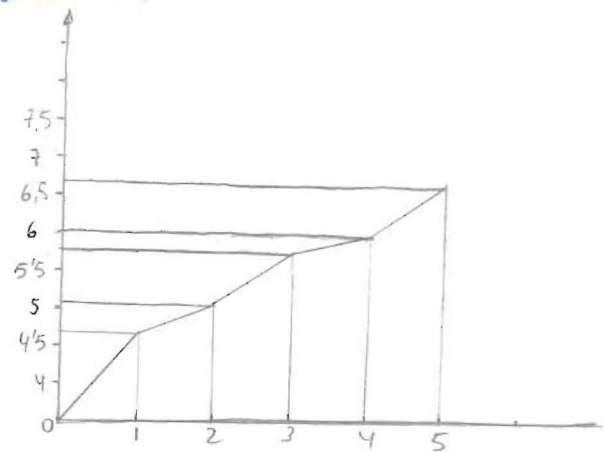
$$N_1 = 100 \rightarrow \ln 100 = 4,6052$$

$$N_2 = 158 \rightarrow \ln 158 = 5,0626$$

$$N_3 = 315 \rightarrow \ln 315 = 5,7526$$

$$N_4 = 398 \rightarrow \ln 398 = 5,9864$$

$$N_5 = 794 \rightarrow \ln 794 = 6,6771$$



$$r = \frac{\ln N_t - \ln N_0}{t} = \frac{\ln 794 - \ln 100}{5 \text{ días}} = \frac{6,6771 - 4,6052}{5} = \frac{2,0658}{5} = 0,41316 \text{ días}^{-1}$$

5° Suponer una población que crece con una ecuación logística. Su capacidad de carga es 500 y su  $r$  de 0,1 (ind/ind·mes) ¿cuál será la tasa máxima de crecimiento de la población?

$$\frac{dN}{dt} = r \cdot N \left( 1 - \frac{N}{K} \right)$$

$$\frac{dN}{dt} = 0,1 N \cdot \left( 1 - \frac{N}{500} \right) = 0,1 N - \frac{0,1 N^2}{500} = 0,1 N - 2 \cdot 10^{-4} N^2 =$$

$$= N \left( 0,1 - 2 \cdot 10^{-4} N \right) = 0$$

$$\boxed{N=0}$$

$$0,1 = 2 \cdot 10^{-4} N$$

$$N = \frac{0,1}{2 \cdot 10^{-4}} = \boxed{500}$$

$$\frac{dN}{dt} = 0,1 \cdot 500 \cdot \left( 1 - \frac{500}{500} \right) =$$

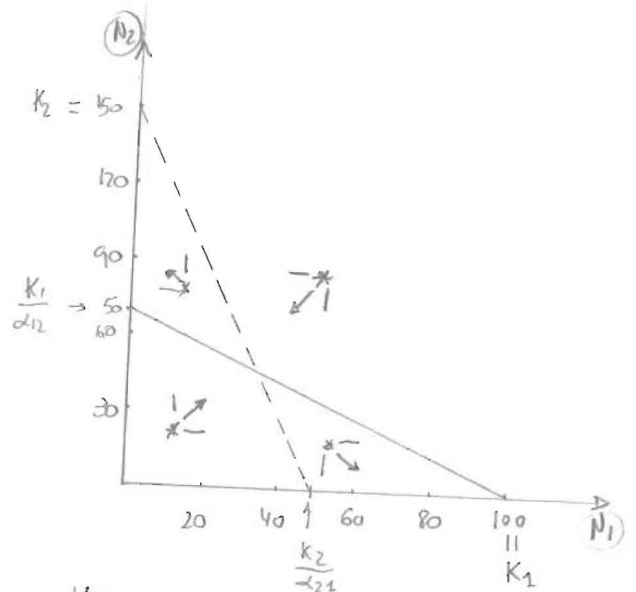
$$\frac{dN}{dt} = 50 \cdot 0 = \boxed{0}$$

## COMPETENCIA INTERESPECÍFICA

1° Se está estudiando una competición entre dos especies. Para la primera  $K_1 = 100$  y  $\alpha_{12} = 2$ . Para la segunda  $K_2 = 150$  y  $\alpha_{21} = 3$ . Suponer que el tamaño inicial de la población es:  $N_1 = 25$  y  $N_2 = 50$ . Dibujar el diagrama de fases, la isoclina para cada especie y predecir la dinámica de la población a corto plazo.

Tiende a un punto de equilibrio, que una sobrevive y crece y la otra muere.

Equilibrio Inestable: Parece que una va a ganar y se le da la vuelta.



$$K_1 \geq \frac{K_2}{\alpha_{21}}$$

$$K_2 \geq \frac{K_1}{\alpha_{12}}$$

$$\frac{K_1}{\alpha_{12}} = \frac{100}{2} = 50$$

$$\frac{K_2}{\alpha_{21}} = \frac{150}{3} = 50$$

2° Suponer que para dos especies que compiten  $\alpha_{12} = 1,5$ ,  $\alpha_{21} = 0,5$ ,  $K_2 = 100$ . ¿Cuál será la mínima capacidad de carga para la esp. 1 necesaria para la coexistencia?, ¿qué capacidad de carga debería tener la especie 1 para ganar en la competición?

o) Caso 3:  $K_2 / \alpha_{21} > K_1$   
 $\frac{100}{0,5} = 200 > K_1$

$$\frac{K_1}{\alpha_{12}} \geq K_2$$

$$\frac{K_1}{1,5} = 100$$

$$\boxed{K_1 = 150}$$

b) Caso 1:

$$\frac{K_1}{\alpha_{12}} > K_2$$

$$\frac{K_1}{1.5} > 100$$

$$\boxed{K_1 \geq 150}$$

③ Dos especies por separado que han alcanzado su capacidad de carga:  $N_1 = 200$  y  $N_2 = 400$ . Cuando han crecido juntas han alcanzado las siguientes densidades:  $N_1 = 150$  y  $N_2 = 120$ . ¿cuáles serán los valores de  $\alpha_{12}$  y  $\alpha_{21}$ ).

$$120 = \frac{150}{x_1}$$

$$\boxed{x_1 = 1,25}$$

$$150 = \frac{400}{x_2}$$

$$\boxed{x_2 = 2,667}$$