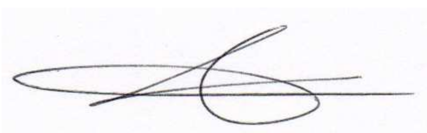
Ejercicios

Jorge Cerezo Martínez & Colaboradores



Axiomas

Siendo los sucesos A y B

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

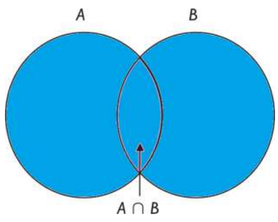
Suceso imposible

$P(\bar{B} \cap B) = \emptyset$
$P(\bar{A} \cap A) = \emptyset$

Tautología

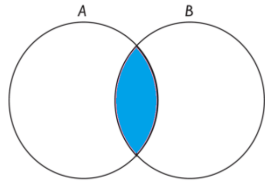
$P(\bar{B} \cup B) = 1$
$P(\bar{A} \cup A) = 1$

Unión



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Intersección



$$P(A \cap B) = \begin{array}{l} P(A) \cdot P(B/A) \rightarrow P(B/A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} \\ P(B) \cdot P(A/B) \rightarrow P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \end{array}$$

Leyes de Morgan

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$
$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

Conmutativa

$$A \cup B = B \cup A$$
$$A \cap B = B \cap A$$

Distributiva

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

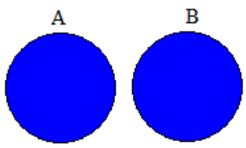
Propiedades básicas

Combinados

$$\mathrm{P}(\mathrm{A} \cup \bar{\mathrm{B}}/\mathrm{B}) = \frac{\mathrm{P}[(\mathrm{A} \cup \bar{\mathrm{B}}) \cap \mathrm{B}]}{\mathrm{P}(\mathrm{B})} \xrightarrow{\text{Distributiva}} (\mathrm{A} \cup \bar{\mathrm{B}}) \cap \mathrm{B} \rightarrow (\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) \cup (\bar{\mathrm{B}} \cap \mathrm{B}) \xrightarrow{(\bar{\mathrm{B}} \cap \mathrm{B}) \text{ suceso nulo } \emptyset} \frac{\mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{B})}$$

$$\mathrm{P}(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}/\bar{\mathrm{B}}) = \frac{\mathrm{P}[(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) \cap \bar{\mathrm{B}}]}{\mathrm{P}(\bar{\mathrm{B}})} \xrightarrow{\text{Distributiva}} (\mathrm{A} \cap \bar{\mathrm{B}}) \cup (\mathrm{B} \cap \bar{\mathrm{B}}) \xrightarrow{(\mathrm{B} \cap \bar{\mathrm{B}}) \text{ suceso nulo } \emptyset} \frac{\mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \bar{\mathrm{B}})}{\mathrm{P}(\bar{\mathrm{B}})} \rightarrow \frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}) \cdot (1 - \mathrm{P}(\mathrm{B}/\mathrm{A}))}{1 - \mathrm{P}(\mathrm{B})}$$

$$\mathrm{P}(\bar{\mathrm{A}} \cup \bar{\mathrm{B}}/\mathrm{B}) = \frac{\mathrm{P}[(\bar{\mathrm{A}} \cup \bar{\mathrm{B}}) \cap \mathrm{B}]}{\mathrm{P}(\mathrm{B})} \xrightarrow{\text{Distributiva}} (\bar{\mathrm{A}} \cap \mathrm{B}) \cup (\bar{\mathrm{B}} \cap \mathrm{B}) \xrightarrow{(\bar{\mathrm{B}} \cap \mathrm{B}) \text{ suceso nulo } \emptyset} \frac{\mathrm{P}(\bar{\mathrm{A}} \cap \mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{B})} \rightarrow \frac{\mathrm{P}(\mathrm{B}) \cdot \mathrm{P}(\bar{\mathrm{A}}/\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{B})} \rightarrow 1 - \mathrm{P}(\mathrm{A}/\mathrm{B})$$



Para sucesos independientes

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

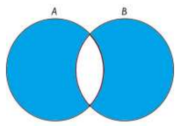
Para sucesos incompatibles o mutuamente excluyentes

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Teorema de Bayes

$$P(D/\bar{R}) = \frac{P(D) \cdot P(\bar{R}/D)}{P(\bar{R})}$$

Sucesos particulares



Ningún defecto

$$P(\overline{D_1} \cap \overline{D_2}) \xrightarrow{\textit{Ley de Morgan}} P(\overline{D_1 \cup D_2}) \rightarrow 1 - P(D_1 \cup D_2)$$

Único defecto

$$P[(\overline{D_1} \cap D_2) \cup (D_1 \cap \overline{D_2})] = P(D_1 \cup D_2) - P(D_1 \cap D_2) \rightarrow P(D_1) + P(D_2) - 2P(D_1 \cap D_2)$$

Probabilidad de romper si tiene un defecto
$P(R/D)$

Probabilidad de rotura si no tiene defecto
$P(R/\bar{D})$

Tema 2

2. Introducción a la probabilidad

2012-2013

1. Un dado está trucado de forma que la probabilidad de sacar 2 es el doble que la de obtener 1, la de sacar 3 es triple que la de obtener 1, y así sucesivamente.
¿Cuál es la probabilidad de sacar 4? ¿Y la de obtener un número par?

Definición de la búsqueda

$A \rightarrow \text{Obtener } 4$
$B \rightarrow \text{Obtener par } \{2,4,6\}$

Sucesos

$$\underset{\text{Muestra}}{\Omega} = \{1,2,3,4,5,6\} \xrightarrow{\text{la suma de las probabilidades es } 1}$$

$P(2) = 2P(1)$
$P(3) = 3P(1)$
$P(4) = 4P(1)$
$P(5) = 5P(1)$
$P(6) = 6P(1)$

$$\rightarrow P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \rightarrow$$

$$\leftrightarrow P(1) = x \rightarrow x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 1 \rightarrow 21x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{21}$$

$$P(A) = P(4) \rightarrow 4x \rightarrow P(A) = \frac{4}{21}$$

$$P(B) = P(2) + P(4) + P(6) \rightarrow 2x + 4x + 6x = 12x \rightarrow \boxed{P(B) = \frac{12}{21}}$$

2. Sean A y B dos sucesos tales que:

$$P(A/B) = 0.1 \qquad P(A \cup B) = 0.5 \qquad P(\bar{A}) = \frac{4}{5}$$

Obtener las probabilidades:

(a) $P(A \cap B)$
(b) $P(A \cup \bar{B})$
(c) $P(\bar{A} \cup \bar{B}/B)$

Operaciones previas

(1)

$$P(\bar{A}) = \frac{4}{5} \rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) \rightarrow \frac{4}{5} = 1 - P(A) \rightarrow 1 - \frac{4}{5} = P(A) \rightarrow \boxed{P(A) = \frac{1}{5}}$$

(2)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \xrightarrow{P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A/B) \cdot P(B) \rightarrow$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = P(A) + \big(1 - P(A/B)\big) \cdot P(B) \rightarrow 0{,}5 = \frac{1}{5} + (1 - 0{,}1) \cdot P(B) \rightarrow \frac{0{,}5 - 0{,}2}{0{,}9} = P(B) \rightarrow \boxed{P(B) = \frac{1}{3}}$$

(a) $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B) \rightarrow \frac{1}{3} \cdot 0{,}1 \rightarrow \boxed{P(A \cap B) = \frac{1}{30}}$

(b) $P(A \cup \bar{B}) = P(A) + P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B}) \xrightarrow{P(A/\bar{B}) = \frac{P(A\cap \bar{B})}{P(\bar{B})}} P(A) + \left(1 - \underbrace{P(A/\bar{B})}_{1-P(A/B)}\right) \cdot \underbrace{P(\bar{B})}_{1-P(B)} \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{4}{5} + \big(1 - (1 - 0{,}1)\big) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \rightarrow \frac{4}{5} + 0{,}1 + \frac{2}{3} \rightarrow \boxed{P(A \cup \bar{B}) = \frac{13}{15}}$$

3. Sean A y B dos sucesos cualesquiera. Se sabe que:

$$P(A) = {}^{1}/_{3} \qquad P(B) = 2/5 \qquad\qquad P(A \cup B) = 3/5$$

Se pide:

a) Calcular las siguientes probabilidades: $P(A \cap B), P(\overline{A}), P(\overline{A} \cap \overline{B})$ y $P(A/B)$.
b) Indicar de forma razonada si pueden considerarse independientes dichos sucesos. ¿Son incompatibles ambos sucesos?

a)

1. $P(A \cap B)$

$$P(A \cap B) \rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow -P(A \cup B) + P(A) + P(B) = P(A \cap B) \rightarrow$$
$$\rightarrow -\frac{3}{5} + \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \rightarrow \boxed{P(A \cap B) = \frac{2}{15}}$$

2. $P(\overline{A})$

$$P(\overline{A}) \rightarrow P(\overline{A}) = 1 - P(A) \rightarrow 1 - \frac{1}{3} \rightarrow \boxed{P(\overline{A}) = \frac{2}{3}}$$

3. $P(\overline{A} \cup \overline{B})$

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) \xrightarrow{\text{Ley de Morgan}} P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) \rightarrow 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \rightarrow \boxed{P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{2}{5}}$$

4.

$$P(A/B) \rightarrow P(A/B) = \frac{P(A \cap B)_{(1)}}{P(B)} \rightarrow \frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{5}} \rightarrow \boxed{P(A/B) = 1/3}$$

b)

$$\forall \text{ A y B son incompatibles } \leftrightarrow A \cap B = \emptyset$$

Es un suceso independiente porque cumple que el axioma de la intersección es finito y no el espacio nulo o suceso imposible.

4. Un juego de dados se ha apostado por el 2. Se tira el dado y, antes de ver el resultado, nos dicen que ha salido par. Hallar la probabilidad de ganar

Definición de la búsqueda

$A \rightarrow$ Obtener 2

Sucesos

$$\frac{\Omega}{\text{Muestra}} = \{2,4,6\} \xrightarrow{\text{la suma de las probabilidades es 1}} \rightarrow P(2) = P(4) = P(6) = x$$

$$\mathrm{P(2) + P(4) + P(6) = 1 \rightarrow x + x + x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3} \rightarrow P(A) = P(2) \rightarrow \boxed{P(A) = \frac{1}{3}}}$$

5. Consideramos dos sucesos A y B, con $P(A) = 0.5$ y $P(A \cup B) = 0.7$. Entonces:

   a) Calcular $P(B)$ suponiendo que A y B son independientes.
   b) Calcular $P(B)$ suponiendo que A y B son mutuamente excluyentes
   c) Calcular $P(B)$ sabiendo que $P(B/A) = 0.4$

   a) Son independientes

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{P(A)\cdot P(B)} \rightarrow P(A) + \big(1 - P(A)\big) \cdot P(B) \rightarrow 0{,}7 = 0{,}5 + (1 - 0{,}5) \cdot P(B) \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{0{,}7 - 0{,}5}{0{,}5} = P(B) \rightarrow \boxed{P(B) = \frac{2}{5}}$$

   b) Son mutuamente excluyentes

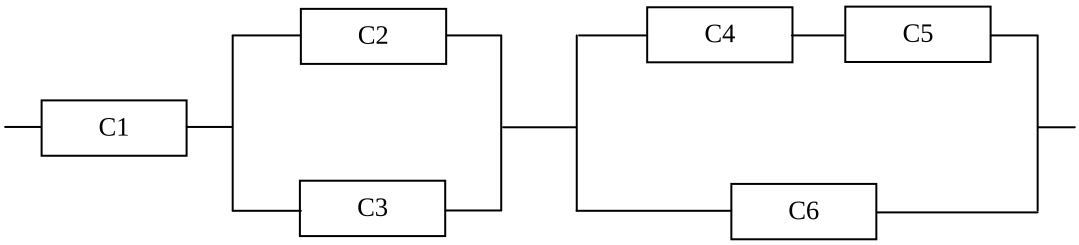
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \rightarrow 0{,}7 + 0{,}5 \rightarrow \boxed{P(B) = 0{,}2}$$

   c)

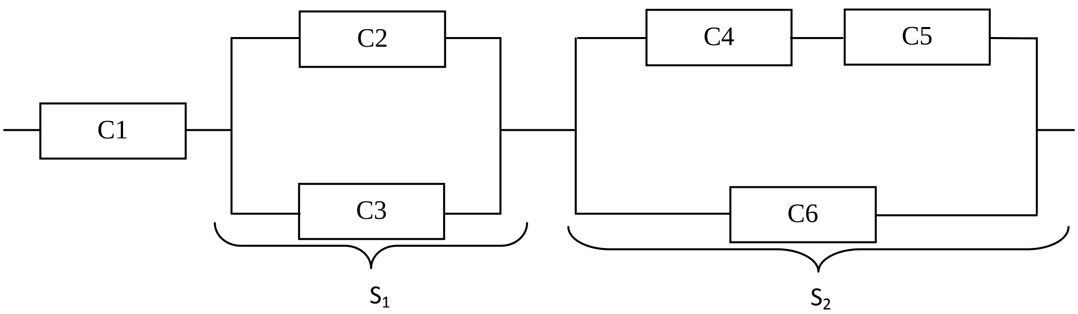
$$\mathrm{P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow \frac{-P(A \cup B) + P(A) + P(B)}{P(B)} \rightarrow \frac{-P(A \cup B) + P(A)}{P(B)} + 1 \rightarrow}$$

$$\mathrm{\rightarrow (0{,}4 - 1)P(B) = 0{,}5 - 0{,}7 \rightarrow P(B) = \frac{1}{3}}$$

6. El siguiente circuito corresponde a un sistema eléctrico con 6 componentes. Sabiendo que la probabilidad de que funcione cada componente es independiente entre sí, determinar la probabilidad de que el circuito funcione sabiendo que la $\mathrm{P(C1) = P(C4) = P(5) = 0.9}$ y que la $\mathrm{P(C2) = P(C3) = P(C6) = 0.85}$, siendo $\mathrm{P(C_i)}$ = la probabilidad de que funcione la componente $\mathrm{C_i}$.



*Los sistemas en paralelo funcionarán con que funcione uno de sus componentes
*Los sucesos son independientes $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$



1ª parte del sistema

$\boxed{P(C_1) = 0{,}9}$

2ª Parte del sistema

$$P(S_1) \rightarrow P(C_2 \cup C_3) = P(C_1 \cup C_3) = P(C_1) + P(C_2) - P(C_1 \cap C_2) \xrightarrow{\text{Sucesos independientes}}$$
$$\rightarrow P(C_1) + P(C_2) - \big(P(C_1) \cdot P(C_2)\big) \rightarrow 0{,}85 + 0{,}85 - (0{,}85 \cdot 0{,}85) \rightarrow \boxed{P(S_1) = 0{,}9775}$$

3ª Parte del sistema,
C_4 y C_5 están en serie y son sucesos independientes

$$P(C_{45}) = P(C_4 \cap C_5) = P(C_4) \cdot P(C_5) \rightarrow 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}81 \rightarrow \boxed{P(C_{45}) = 0{,}81}$$

La serie C_{45} y C_6

$$P(S_2) = P(C_{45}) + P(C_6) - P(C_{45} \cap C_6) \xrightarrow{\text{Sucesos independientes}} P(C_4) + P(C_5) - \big(P(C_4) \cdot P(C_5)\big) \rightarrow$$
$$\rightarrow 0{,}81 + 0{,}85 - (0{,}81 \cdot 0{,}85) \rightarrow \boxed{P(S_2) = 0{,}9715}$$

$$P(C_i) = P(C_1 \cap S_1 \cap S_2) \rightarrow P(C_1) \cdot P(S_1) \cdot P(S_2) = 0{,}9 \cdot 0{,}9775 \cdot 0{,}9715 \rightarrow \boxed{P(C_i) = 0{,}8547}$$

7. Se tiene una moneda trucada de forma que al lanzarla la probabilidad de obtener cara es 2/3. Se lanza la moneda al aire, y si sale cara se toma al azar un número del 1 al 9, si sale cruz se toma al azar un número del 1 al 5. Calcular la probabilidad de que el número escogido sea par.

Definición de la búsqueda

$A \rightarrow$ Probabilidad de obtener Cara
$B \rightarrow$ Probabilidad de obtener cruz
$C_A \rightarrow$ Probabilidad de obtener par en A
$C_B \rightarrow$ Probabilidad de obtener par en B
$D \rightarrow$ Probabilidad de obtener par en el juego de la moneda

Sucesos____

A

$$\frac{\Omega}{\text{Muestra}} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

B

$$\frac{\Omega}{\text{Muestra}} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

$$P(C_A) = P(2) + P(4) + P(6) + P(8) \leftrightarrow P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) + P(7) + P(8) + P(9) = 1 \rightarrow$$
$$\rightarrow P(1) = P(2) = \cdots = P(9) \rightarrow x + x + x + x + x + x + x + x + x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{9} \rightarrow$$
$$\rightarrow P(C_A) = x + x + x + x \rightarrow \boxed{P(C_a) = \frac{4}{9} \cdot P(A) = \frac{8}{27}}$$

$$\mathrm{P(C_B) = P(2) + P(4) \rightarrow P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = 1 \leftrightarrow P(1) = P(2) = \cdots = P(5) \rightarrow}$$

$$\rightarrow \mathrm{x + x + x + x + x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{5} \rightarrow \boxed{P(C_A) = \frac{2}{5} \cdot P(B) = \frac{2}{15}}}$$

$$P(D) = P(C_A \cup C_B) \xrightarrow{mutuamente\ excluyentes} \mathrm{P(C_A) + P(C_B)} \rightarrow \frac{8}{27} + \frac{2}{15} \rightarrow \boxed{P(D) = \frac{58}{135}}$$

8. La probabilidad de que un alumnos seleccionado al azar de una determinada universidad tenga una tarjeta *Visa* es 0.3 y que tenga una tarjeta de crédito *Mastercard* es 0.5. Sabiendo que si un alumno tiene la tarjeta *Mastercard*, la probabilidad de que tenga también *Visa* es 0.1; se pide:

   a) Calcular la probabilida de que un alumnos seleccionado al azar tenga al menos una de las dos tarjetas
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno seleccionado al azar no tenga ninguna de esas tarjetas?
   c) Calcular la probabilidad de que un estudiante elegido al azar tenga una única tarjeta (es decir, tiene *Visa* no tiene *Mastercard* y, al contrario, si tiene *Mastercard* no tiene *Visa*), sabiendo que al menos tiene una de las dos tarjetas.

9. En una determinada explotación dedicada al cultivo de cierta fruta tropical se utilizan 3 métodos de riego por goteo M1, M2 y M3. En el 30% de la explotación se utiliza el método M1, en el 40% el método y el resto el método M3. Se sabe que el método de goteo de la explotación funciona correctamente en el 85% de las ocasiones para M1, en el 95% de las ocasiones para M2 y en el 87/ de las ocasiones para M3. Si se observa el método de riego por goteo de la explotación en un momento al azar, se pide:

   a) Calcular la probabilidad de que el sistema de riego por goteo funcione correctamente.
   b) Si se sabe que el sistema de riego por goteo no ha funcionado correctamente, ¿Cuál es la probabilidad de que el fallo en el goteo se haya producido por el método M2?
   c) Calcular la probabilidad de que el sistema de riego por goteo no haya funcionado correctamente y no se haya utilizado el método M1?

10.

Otros ejercicios

2. Introducción a la probabilidad

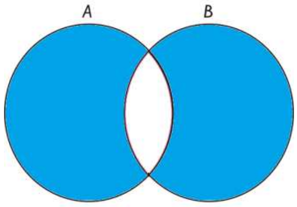
1. Los ladrillos fabricados por una empresa pueden tener dos tipos de defectos D_1 y D_2. El defecto D_1 ocurre con una probabilidad del 0.07, el defecto D_2 con una probabilidad de 0.06 y en el 2% de ocurren ambos defectos.

1.1. Calcular la probabilidad de que al seleccionar un ladrillo al azar de la producción no tenga ningún tipo de defecto
1.2. Calcular la probabilidad de que el ladrillo seleccionado tenga exactamente un único tipo de defecto.
1.3. Cada ladrillo se somete de manera automática a un test de ruptura, con las siguientes probabilidades:

- Si el ladrillo tiene alguno de los defectos tiene una probabilidad de romperse del 0.85
- Si el ladrillo no tiene ninguno de los defectos tiene una probabilidad de romperse del 0.06

1.3.1. Calcular la probabilidad de que el ladrillo seleccionado al azar se rompa durante el test
1.3.2. Si un ladrillo escogido al azar no se ha roto durante el test, ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?

$$\therefore D_1 \rightarrow P(D_1) = 0.07$$
$$\because D_2 \rightarrow P(D_2) = 0.06$$
$$P(D_1 \cap D_2) = 0.02$$



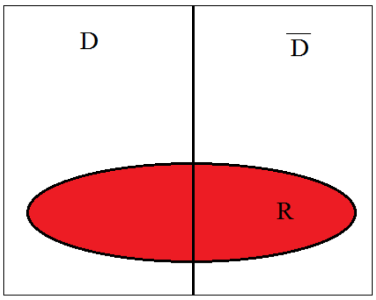
1.1.

$$P(\overline{D_1} \cap \overline{D_2}) \xrightarrow{Ley\ de\ Morgan} P(\overline{D_1 \cup D_2}) \rightarrow 1 - P(D_1 \cup D_2) \rightarrow 1 - \big(P(D_1) + P(D_2) - P(D_1 \cap D_2)\big) \rightarrow$$
$$\rightarrow 1 - (0{,}07 + 0{,}06 - 0{,}02) \rightarrow 1 - 0{,}11 = \boxed{0{,}89}$$

1.2.

$$P[(\overline{D_1} \cap D_2) \cup (D_1 \cap \overline{D_2})] \rightarrow P(D_1 \cup D_2) - P(D_1 \cap D_2) \rightarrow 0{,}11 - 0{,}02 = \boxed{0{,}09}$$

1.3.



$$D \equiv Sea\ defectuoso \begin{cases} P(D) = 0{,}11 \\ P(\overline{D}) = 0{,}89 \end{cases}$$

$$R \equiv Ladrillo\ se\ rompe \begin{cases} P(R/D) = 0{,}85 \\ P(R/\overline{D}) = 0{,}06 \end{cases}$$

1.3.1.

$$P(R) = P(D) \cdot P(R/D) + P(\overline{D}) \cdot P(R/\overline{D}) = 0{,}11 \cdot 0{,}85 + 0{,}89 \cdot 0{,}06 \rightarrow \boxed{0{,}1469}$$

1.3.2.

$$P(D/\bar{R}) \xrightarrow{Teorema\ de\ Bayes} \frac{P(D) \cdot P(\bar{R}/D)}{P(\bar{R})} \rightarrow \frac{0{,}11 \cdot (1 - 0{,}85)}{1 - 0{,}1469} = \boxed{0{,}0193}$$

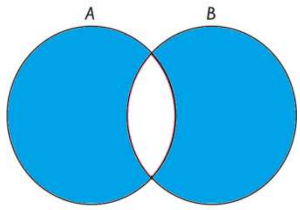
2. Los ladrillos fabricados por una empresa pueden tener dos tipos de defectos D_1 y D_2. El defecto D_1 ocurre con una probabilidad de 0.09, el defecto D_2 con una probabilidad del 0.05 y en el 3% de los ladrillos ocurren ambos tipos de defectos. Se pide:

2.1. Calcular la probabilidad de que al seleccionar un ladrillo al azar de la producción sea defectuoso (esto es que tenga al menos un tipo de defecto).
2.2. Calcular la probabilidad de que el ladrillo seleccionado tenga el defecto D_2 y no tenga el defecto D_1
2.3. Cada ladrillo se somete de manera automática a un test de rotura, con las siguientes probabilidades:

- Si el ladrillo tiene alguno de los defectos tiene una probabilidad de romperse del 0,99
- Si el ladrillo no tiene ninguno de los defectos tiene una probabilidad de romperse del 0,04

2.3.1. Calcular la probabilidad de que el ladrillo seleccionado al azar se rompa durante el test
2.3.2. Si un ladrillo escogido al azar no se ha roto durante el test, ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?

$$
\begin{aligned}
&\therefore D_1 \rightarrow P(D_1) = 0.09 \\
&\because D_2 \rightarrow P(D_2) = 0.05 \\
&\qquad P(D_1 \cap D_2) = 0.03
\end{aligned}
$$



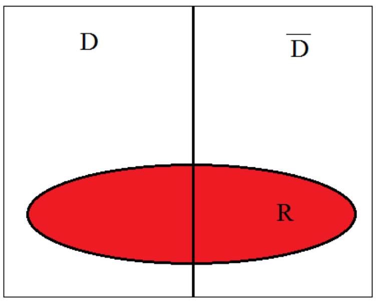
2.1.

$$\mathrm{P}(\mathrm{D}_1 \cup \mathrm{D}_2) = \mathrm{P}(\mathrm{D}_1) + \mathrm{P}(\mathrm{D}_2) - \mathrm{P}(\mathrm{D}_1 \cap \mathrm{D}_2) \rightarrow 0{,}09 + 0{,}05 - 0{,}03 = 0{,}11$$

2.2.

$$P(\mathrm{D}_2 \cap \overline{\mathrm{D}_1}) \rightarrow P(\mathrm{D}_2) - P(\mathrm{D}_1 \cap \mathrm{D}_2) \rightarrow 0{,}05 - 0{,}03 = \boxed{0{,}02}$$

2.3.



$$D \equiv Sea\ defectuoso \begin{cases} P(D) = 0{,}11 \\ P(\overline{D}) = 0{,}89 \end{cases}$$

$$R \equiv Ladrillo\ se\ rompe \begin{cases} P(R/D) = 0{,}99 \\ P(R/\overline{D}) = 0{,}04 \end{cases}$$

2.3.1. DSF

$$P(R) = P(D) \cdot P(R/D) + P(\overline{D}) \cdot P(R/\overline{D}) = 0{,}11 \cdot 0{,}99 + 0{,}04 \cdot 0{,}89 \rightarrow \boxed{0{,}1445}$$

2.3.2.

$$P(D/\overline{R}) \xrightarrow{Teorema\ de\ Bayes} \frac{P(D \cap \overline{R})}{P(\overline{R})} \rightarrow \frac{P(D) \cdot P(\overline{R}/D)}{P(\overline{R})} \rightarrow \frac{0{,}11 \cdot (1 - 0{,}99)}{1 - 0{,}1445} = \boxed{0{,}0013}$$

3. Un agricultor dispone de tres productos para fumigar las parcelas dedicadas al cultivo de trigo. El producto P_1 se utiliza en el 34% de las parcelas y los productos P_2 y P_3 tienen la misma posibilidad de ser utilizados para fumigar las parcelas. La probabilidad que el rendimiento medio de la semilla sea superior al 60% es igual a 0.2 para las parcelas tratadas con el producto P_1, a 0.9 para las parcelas tratadas con el producto P_2 y a 0.45 para las parcelas tratadas con el producto P_3. Se selecciona una parcela al azar, se pide:

   3.1. La probabilidad de que tenga un rendimiento medio de la semilla mayor a 60%
   3.2. Sabiendo que la semilla en dicha parcela ha tenido un rendimiento superior al 60% ¿Cuál es la probabilidad de que se haya con tratado con el producto P_2 y P_3?
   3.3. La probabilidad de que haya sido tratada con el producto P_3 si la parcela no tuvo un rendimiento medio de la semilla superior al 60%.

$$P_1 \to P(P_1) = 0{,}34$$
$$P_2 \to P(P_2) = \alpha = 0{,}33$$
$$P_2 \to P(P_2) = \underline{\alpha = 0{,}33}$$
$$0{,}34 + 2\alpha = 1 \to \alpha = \frac{1-0{,}34}{2} = 0{,}33$$

$$R \equiv Rendimiento\ medio\ de\ la\ semilla\ es\ supeiror\ a\ 60\%$$

$$P(R/P_1) = 0{,}2$$
$$P(R/P_2) = 0{,}9$$
$$P(R/P_3) = 0{,}45$$

3.1.

$$P(R) = \sum_{i=1}^{3} P(P_i)\cdot(R/P_i) \to P(P_1)\cdot(R/P_1) + P(P_2)\cdot(R/P_2) + P(P_3)\cdot(R/P_3) \to$$
$$\to 0{,}34\cdot 0{,}2 + 0{,}{,}3\cdot 0{,}9 + 0{,}33\cdot 0{,}45 = 0{,}068 + 0{,}297 + 0{,}1485 = \boxed{0{,}5135}$$

3.2.

$$\mathrm{P}(\mathrm{P}_2 \cup \mathrm{P}_3/\mathrm{R}) = \frac{\mathrm{P}(\mathrm{P}_2 \cup \mathrm{P}_3 \cap \mathrm{R})}{\mathrm{P}(\mathrm{R})} \to \frac{\mathrm{P}[(\mathrm{P}_2 \cap \mathrm{R}) \cup (\mathrm{P}_3 \cap \mathrm{R})]}{\mathrm{P}(\mathrm{R})} \xrightarrow{\text{Sucesos incompatibles}} \frac{\mathrm{P}(\mathrm{P}_2 \cap \mathrm{R}) + \mathrm{P}(\mathrm{P}_3 \cap \mathrm{R})}{\mathrm{P}(\mathrm{R})} \to$$
$$\to \frac{0{,}33\cdot 0{,}9 + 0{,}33\cdot 0{,}45}{0{,}5135} \to 0{,}8676$$

3.3.

$$P(P_3/\bar{R}) = \frac{P(\bar{R}\cap P_3)}{P(\bar{R})} \to \frac{P(P_3)\cdot P(\bar{R}/P_3)}{P(\bar{R})} \to \frac{P(P_3)\cdot\left(1-P(R/P_3)\right)}{1-P(R)} \to \frac{0{,}33\cdot(1-0{,}45)}{1-0{,}5135} \to$$
$$\to \frac{0{,}33\cdot 0{,}55}{0{,}4865} = \boxed{0{,}7669}$$