



Dpto. Matemática Aplicada y Estadística

## Grado en IIAA y Grado en IHJ

Asignatura: Estadística Aplicada. Curso 2011-2012

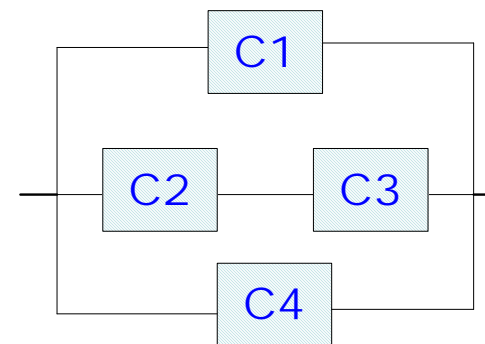
HOJA 3B: Variables Aleatorias

- En un proceso de fabricación, la probabilidad de que una pieza sea defectuosa es de 0.01. Supongamos que la producción diaria es de 15000 piezas y se empaquetan en lotes de 100 unidades.
  - Calcular la probabilidad de que en un lote haya por lo menos dos piezas defectuosas.
  - Si un lote es rechazado cuando contiene más de 5 piezas defectuosas. ¿Cuántos lotes son rechazados diariamente por término medio?
- Un cierto sistema electrónico contiene 10 componentes. Supongamos que la probabilidad de que un componente falle es 0.3 y que los componentes fallan de manera independiente unos de otros. Dado que al menos uno de los componentes ha fallado, ¿cuál es la probabilidad de que fallen al menos dos de los componentes?
- Una partida de bujías con alta proporción de defectuosas (20%) sale al mercado en paquetes de 4 unidades y en cajas de 10 paquetes. Calcular la probabilidad de que:
  - Elegido un paquete al azar contenga 2 o más bujías inservibles.
  - Elegida una caja al azar, contenga más de 10 bujías inservibles.
  - Elegida una caja al azar, contenga tres paquetes sin bujías inservibles.
- Supongamos que una máquina de fabricación de tornillos produce por término medio 2 tornillos defectuosos por cada 85 y que los tornillos se empaquetan en cajas de 170 unidades. Calcular cuál es la probabilidad de que tomadas al azar 7 cajas, en sólo 2 de ellas no haya ningún tornillo defectuoso.
- Un estudio propone la distribución de Poisson para representar el número de ocurrencias de cargas estructurales en el tiempo. Supongamos que el número medio de ocurrencias de cargas en un año es igual a 1.5. Se pide:
  - Determinar la probabilidad de que en un año ocurran al menos dos cargas estructurales.
  - Sabiendo que en un año ha ocurrido al menos una carga estructural, determinar la probabilidad de que ocurran al menos dos cargas ese año.
  - ¿Cuál es la probabilidad de que menos de tres cargas ocurran en un periodo de cinco años?
- Supongamos que el número de aviones que llegan a cierto aeropuerto cada 15 minutos sigue una distribución de Poisson de parámetro 2 aviones cada 15 minutos. Según las actuales instalaciones del aeropuerto pueden aterrizar a lo sumo 3 aviones cada 15 minutos. Si llegan más tienen que esperar para poder aterrizar. Se pide:

- Durante un cuarto de hora determinado, ¿cuál es la probabilidad de que un avión tenga que esperar para poder aterrizar?
- Determinar la probabilidad de que en una hora lleguen exactamente 9 aviones.
- Se supone que el tiempo  $Y$  (en horas) transcurrido entre llegadas sucesivas de dos aviones al aeropuerto es una variable aleatoria con función de densidad dada por:

$$f(y) = \begin{cases} 0, & y \leq 0 \\ ke^{-8y}, & y > 0 \end{cases}$$

- Determinar el valor de  $k$  para que  $f(y)$  sea verdaderamente una función de densidad.
  - Si se sabe que han transcurrido más de 15 **minutos** entre la llegada consecutiva de dos aviones al aeropuerto, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo transcurrido sea inferior a media hora?
- Un estudio propone que la distribución de la longitud ( $\mu m$ ) de la trayectoria libre de un fotón bajo ciertas circunstancias es exponencial de media 1.1  $\mu m$ . Se pide:
    - Determinar la función de distribución de la longitud de la trayectoria libre del fotón.
    - ¿Cuál es la probabilidad de que la longitud de la trayectoria libre del fotón exceda 3.0  $\mu m$ ? ¿Cuál es la probabilidad de que la longitud de la trayectoria libre del fotón se encuentre entre 1.5 y 3.5  $\mu m$ ?
    - ¿Qué valor se rebasa por sólo el 10% en todas las longitudes de la trayectoria?
  - El diagrama siguiente corresponde a un sistema eléctrico con 4 componentes que funcionan de manera independientes entre sí.



Sabiendo que el tiempo de vida de las componentes sigue una distribución exponencial de media 7 años. Se pide:

- (a) ¿Cuántos años de garantía debería de establecer el fabricante de las componentes para que únicamente fallen el 20% durante ese periodo?
- (b) Determinar la probabilidad de que las componentes funcionen al menos 4 años.
- (c) Determinar la probabilidad de que el sistema completo dure al menos 4 años.
9. Si  $X$  sigue una distribución *normal* de media 10 y desviación típica 2, se pide:
- (a)  $\Pr(X \leq 12)$ .
- (b)  $\Pr(|X| \leq 3)$ .
- (c)  $\Pr(|X - 10| \leq 1)$
- (d) El valor de  $\mathbf{a}$  para que  $\Pr(|X - 10| \leq \mathbf{a}) = 0.95$ .
- (e) ¿Cuántos tendría que valer  $\sigma$  para que  $\Pr(|X - 10| \leq 2.6)$  sea igual a 0.99?
10. En una plantación de manzanos, el peso en kg. de la fruta producida por cada uno sigue una distribución normal de media 50 kg. y de desviación estándar 10 kg..
- (a) Determinar la probabilidad de que la producción anual de un manzano elegido al azar sea superior a 55 kg..
- (b) Si tomamos dos manzanos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la producción anual entre los dos no supere los 130 kg.?
- (c) Si tomamos 9 manzanos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que a lo sumo 7 de ellos tengan una producción superior a 55 kg.?
- (d) Si en una parcela hay 100 manzanos, ¿cuál es la probabilidad de que más de 40 de ellos tengan una producción anual que sea superior a 55 kg.?
- (e) Si en otra plantación admitimos una distribución  $N(\mu, \sigma = 11.8)$  para el peso anual producido por cada manzano, y sabemos que el 80% de los mismos tienen una producción superior a 50 kg., ¿cuánto valdría  $\mu$ ?
11. Se desea estudiar la producción por Ha. de unas zonas de cultivo. Se sabe que la producción se comporta como una distribución normal y que el 1.88% de las zonas producen más de 1875 kilos y que el 4.09% de las zonas producen menos de 1095 kilos. Se pide:
- (a) La media y la varianza de la producción de estas zonas de cultivo.
- (b) Determinar la probabilidad de que una zona elegida aleatoriamente produzca entre 1100 y 1700 kilos.
- (c) Se seleccionan 10 zonas al azar, hallar la probabilidad de que la producción esté comprendida entre 1100 y 1700 kilos en al menos 7 de las zonas.
- (d) Si se seleccionan 100 zonas, hallar la probabilidad de que como mínimo verifiquen este requisito el 80% de las zonas.
12. La longitud de los spaguetis que fabrica una determinada marca comercial se puede modelizar como una distribución normal de media 25 cm y de desviación típica 0.5 cm. En un determinado momento se sospecha que la máquina que corta los mismos está funcionando mal ya que los corta de manera que su longitud se aleja de su longitud media por encima de los 0.7 cm. Se pide:
- (a) Determinar el porcentaje de spaguetis defectuosos que se producen.
- (b) Determinar la probabilidad de que la longitud total de dos spaguetis elegidos al azar sea a lo sumo de 51 cms.
- (c) Supongamos que el número de spaguetis defectuosos en 250 gramos se puede modelizar como una distribución de Poisson de media 2. Determinar la probabilidad de que en 500 gramos haya al menos 5 spaguetis defectuosos.
- (d) Si queremos que el porcentaje de spaguetis defectuosos se reduzca al 8%, determinar a qué varianza deberíamos de ajustar la máquina.
13. El diámetro de la fruta recolectada en una determinada explotación agraria sigue aproximadamente una distribución normal de media  $\mu = 7.5$  cm. y de desviación estándar  $\sigma = 1.4$  cm. Una pieza de fruta se considera que no es aceptable para la exportación cuando su diámetro es inferior a 6 cm.
- (a) Determinar el porcentaje de piezas de frutas que no se pueden exportar.
- (b) Determinar un intervalo centrado en 7.5 y que contenga al 95% del diámetro de las frutas que se recolectan en la explotación.
- (c) Si se eligen al azar 8 piezas de fruta, ¿cuál es la probabilidad de que haya a lo sumo una pieza de fruta no aceptable para la exportación?
- (d) Si se eligen 50 piezas de fruta, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 45 piezas de fruta sean aceptables para la exportación?
14. Un proceso de elaboración de película fotográfica genera un producto cuyo grosor puede modelizarse como una variable aleatoria de promedio 110 micrones y una desviación estándar de 20 micrones. Una determinada norma de calidad asume que el espesor mínimo aceptable debe ser de 90 micrones. Se pide:
- (a) ¿Podrías dar una cota de la proporción de películas no cumple con la norma anterior?
- (b) Asumiendo a partir de este momento que el grosor de la película fotográfica sigue un modelo Normal, dar respuesta a las siguientes cuestiones:
- (b1) Si las películas se distribuyen en cajas de 10 unidades, determinar la probabilidad de que el número de películas que no cumplen la norma de calidad sea como mucho de una por paquete.
- (b2) En una caja con 100 películas, determinar la probabilidad de que el número de películas que no cumplen la norma de calidad sea a lo sumo de 30.
- (b3) Se decide cambiar el procesamiento de elaboración para que la probabilidad de no cumplir la norma sea del 1%. ¿A qué grosor promedio debemos ajustar el proceso?