

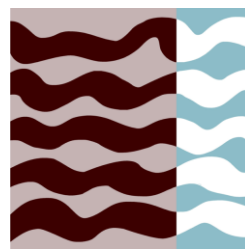
# Ciencias y Tecnología del Medio ambiente

## 2 Práctica

Ingeniería agrónoma grado en hortofruticultura y jardinería



Universidad  
Politécnica  
de Cartagena



**ETSIA**  
Cartagena

Jorge Cerezo Martínez



## 2.1. Crecimiento exponencial y logístico. Ejercicio aula.

### Objetivo:

- Realizar simulaciones informáticas variando los valores de la tasa intrínseca de crecimiento natural ( $r$ ) y de la capacidad de carga ( $k$ ) para comprender su significado.

### Método:

- Dados unos valores  $r$  y  $N$  (población inicial), calcular y representar gráficamente el crecimiento de una población con crecimiento exponencial (tabla 1).
- Dados unos valores de  $r$ ,  $K$  y  $N$ , calcular la evolución de la población en el tiempo y representarla gráficamente junto con la evolución del incremento de la población en el tiempo (tabla 2).

### Discusión:

- ¿Cómo influye la tasa de crecimiento en la evolución de la población con el tiempo? ¿Y la capacidad de carga?
- ¿Qué significado biológico tiene el factor  $\left[1 - \left(\frac{N}{K}\right)\right]$ ?
- ¿Qué diferencias existen entre las dos poblaciones analizadas con respecto a los parámetros  $r$  y  $K$ ?

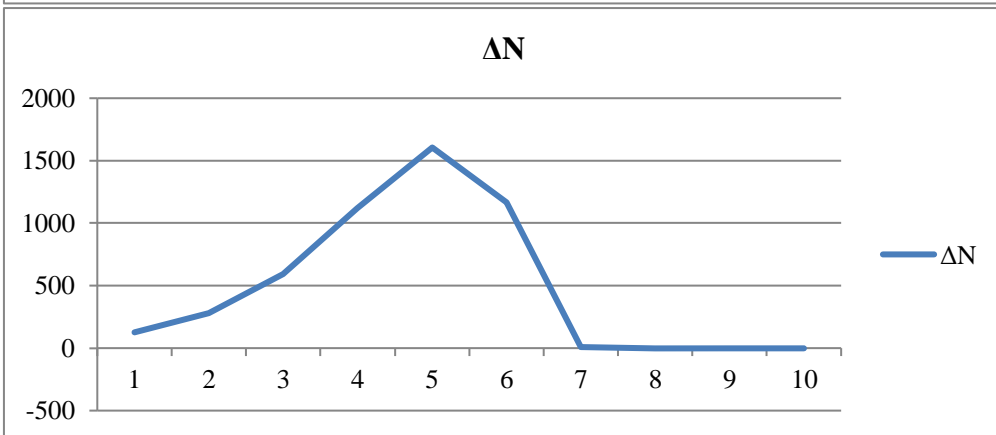
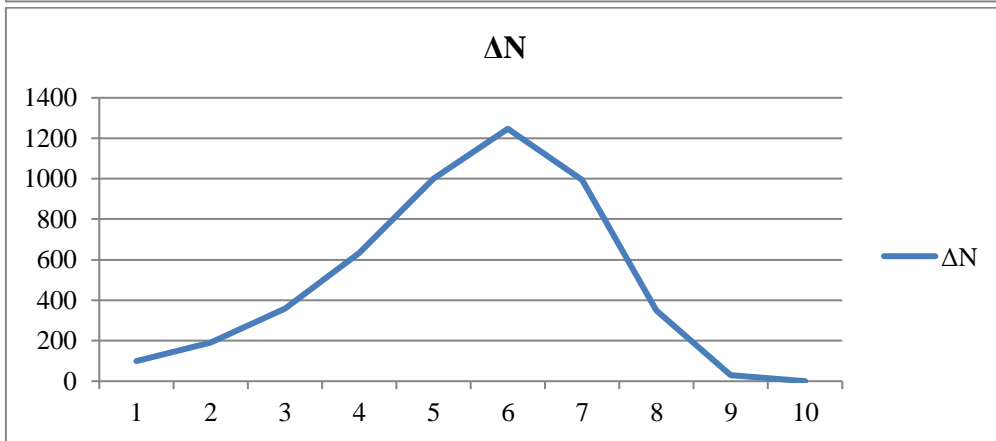
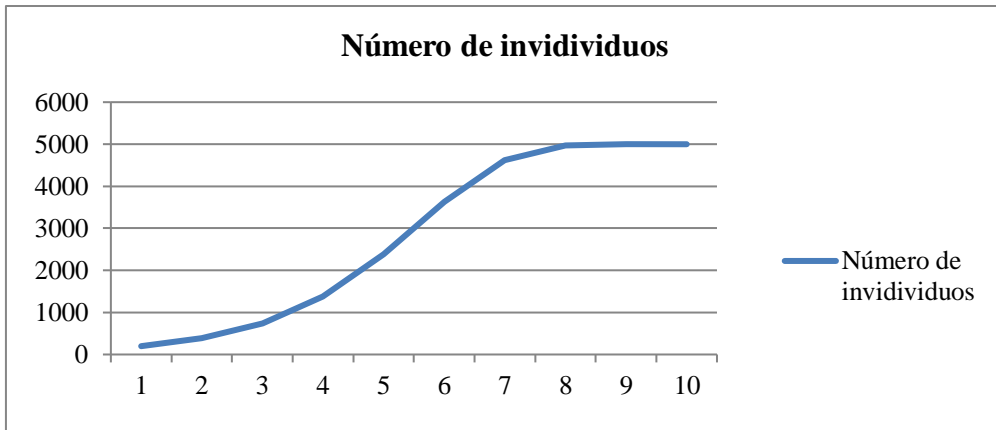
### Bibliografía:

Rodríguez, J. 1999. Ecología. Pirámide. Madrid

### Fórmulas:

- Crecimiento exponencial  $\frac{dN}{dt} = rN$
- Crecimiento logístico  $\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right)$

Tiempo (años)	Incremento en N (K=5000,r=1,0)	N(tamaño población)	Incremento en N (K=5000, r=1,3)	N(tamaño población)
		Inicial= 100		Inicial= 100
1	98	198	127,4	227,4
2	190	388	282,17	509,57
3	357,89	745,89	594,93	1104,5
4	634,62	1380,51	1118,67	2223,17
5	999,35	2379,85	1605,7	3828,24
6	1247,11	3626,96	1166,3	4994,54
7	995,99	4622,95	7,09	5001,63
8	348,62	4971,46	-2,12	4999,51
9	28,38	4999,84	-0,64	5000,18
10	0,16	5000	-0,23	4999,71



## 2.2. Crecimiento exponencial logístico. Ejercicios de simulación informática

### Objetivo:

- Realizar simulaciones informáticas variando los valores de la tasa intrínseca de crecimiento natural ( $r$ ) y de la capacidad de carga ( $K$ ) para comprender su significado.

### Método:

- Crecimiento Logístico: Se accede pulsando el botón “Logístico” del menú principal. Se utilizará únicamente la ecuación simplificada, es decir, no se consideran tiempos de retardo (el valor de  $\tau$  debe mantener en 0) ni la variación estocástica de las tasas de nacimientos y muertes.
  - Iniciar la simulación con los valores por defecto ( $r = 0.4, k = 250, n^{\circ}$  inicial de población = 4)
  - Manteniendo  $r$  y  $n$  constantes ( $K = 250, n = 4$ ), repetir simulación variando los valores de  $r$ : 0.6; 0.8; 1.5; 2; 4 y 8.
  - Manteniendo  $r$  y  $n$  constantes ( $r = 0.4, n = 4$ ), repetir la simulación variando los valores de  $k$ : 300, 200, 100, 50 y 25.

### Discusión:

- Crecimiento logístico
  - ¿Cómo varía la curva de crecimiento con la tasa de crecimiento? ¿Y con la capacidad de carga?
  - ¿Qué relación existe entre  $dN/dt$  y el número de individuos de la población?
- 1.1. Cuando se incrementa  $r$  más rápido se estabiliza la población, y al incrementarse  $K$  mayor es la capacidad de carga y mayor puede ser la población.
- 1.2.

$$\frac{dN}{dt} > 0 \rightarrow \text{población aumenta}$$

$$\frac{dN}{dt} < 0 \rightarrow \text{Población disminuye}$$

$$\frac{dN}{dt} = 0 \rightarrow \text{población constante}$$

### 2.3. Competencia inespecífica. Ejercicios de simulación informática.

#### Objetivo:

- Familiarizarse con el modelo de Lotka-Volterra de su competencia. Simular las posibles soluciones al modelo y conocer el significado del principio de exclusión competitiva, equilibrio estable y equilibrio inestable.

#### Método:

- Simular el crecimiento de poblaciones de las especies 1 y 2 conforme los valores defecto del programa.
- Simular un caso de exclusión competitiva donde gana la especie 1 utilizando los siguientes parámetros:  $r_1 = 0.4$ ;  $K_1 = 320$ ;  $\alpha_{12} = 0.6$ ;  $N_{1\text{inicial}} = 2$ ;  $r_2 = 0.3$ ;  $K_2 = 200$ ;  $\alpha_{21} = 0.8$ ;  $N_{2\text{inicial}} = 2$

Manteniendo los valores de  $r$ ,  $K$  y  $\alpha$  para las dos especies repetir las simulaciones variando el número de individuos de la población inicial del siguiente modo:

$$(N_{1\text{inicial}}, N_{2\text{inicial}}) = (50, 300); (200, 100); (200, 300); (350, 350)$$

- Simular un caso de exclusión competitiva donde gana la especie 2 utilizando los siguientes parámetros:  $r_1 = 0.4$ ;  $K_1 = 200$ ;  $\alpha_{12} = 0.8$ ;  $N_{1\text{inicial}} = 2$ ;  $r_2 = 0.3$ ;  $K_2 = 320$ ;  $\alpha_{21} = 0.6$ ;  $N_{2\text{inicial}} = 2$

#### Repetir la simulación variando $N_1$ y $N_2$ :

$$(25, 100); (125, 100); (100, 200); (50, 300); (100, 350); (250, 350); (350, 350)$$

- Simular un caso de equilibrio estable utilizando los siguientes parámetros:  
 $r_1 = 0.4$ ;  $K_1 = 250$ ;  $\alpha_{12} = 0.8$ ;  $N_{1\text{inicial}} = 2$ ;  $r_2 = 0.3$ ;  $K_2 = 200$ ;  $\alpha_{21} = 0.6$ ;  $N_{2\text{inicial}} = 2$

#### Repetir la simulación variando $N_1$ y $N_2$ :

$$(50, 50); (50, 225); (250, 25); (100, 350); (200, 350); (350, 350); (350, 100)$$

- Simular un caso de equilibrio inestable utilizando los siguientes parámetros:  
 $r_1 = 0.4$ ;  $K_1 = 250$ ;  $\alpha_{12} = 0.8$ ;  $N_{1\text{inicial}} = 2$ ;  $r_2 = 0.3$ ;  $K_2 = 200$ ;  $\alpha_{21} = 0.6$ ;  $N_{2\text{inicial}} = 2$

#### Repetir la simulación variando $N_1$ y $N_2$ :

$$(50, 50); (50, 200); (200, 50); (100, 350); (200, 350); (350, 350); (350, 100)$$

#### Discusión:

- ¿Qué diferencias se encuentran en la situación de las isoclinas de equilibrio con los ejes del espacio de fases en las cuatro soluciones al modelo?
  - ¿Cuál es el número de individuos en el equilibrio para cada especie en los 4 casos simulados?
  - ¿Cuáles serían las condiciones respecto a  $K$  y  $\alpha$  para que se produjera cada una de las cuatro soluciones?
  - ¿Qué diferencias se observan cuando se modifican las condiciones iniciales ( $N_1$  iniciales,  $N_2$  inicial) en los cuatro casos simulados?
1. En el primer caso: Como la isocline de la especie 2 está por debajo de la 1, la especie 2 desaparece y la 1 se estabiliza.  
En el segundo caso: Gana la especie 2  
En el tercer caso: Las dos especies coexisten.  
En el cuarto caso: Resulta un equilibrio inestable,  $N_1$  gana a  $N_2$ , pero si modificamos el número de individuos puede cambiar el ganador.

2. Variación  $\alpha$  y K gana una especie u otra.
- 3.
4. En los tres primeros casos, las especies quedan iguales.  
En el último caso, gana la especie 1.

#### 2.4. Depredación. Ejercicios de simulación informática

##### Objetivo:

- Familiarizarse con el modelo de Lotka-Volterra de depredación. Simular la dinámica de poblaciones de un sistema depredador-presa variando el tipo de crecimiento de la presa (exponencial o logístico) y la respuesta funcional (variando en la tasa de depredación con el número de presas) del depredador.
- Simular los diferentes casos que se pueden general al variar la capacidad de carga del sistema para la presa cuando la respuesta funcional sigue una cinética de saturación.

##### Método:

- Simular el crecimiento de las poblaciones depredador y presa considerando crecimiento exponencial para la presa y respuesta funcional del depredador lineal con los valores utilizados por defecto en el programa.

$$r = 0.4; m = 0.3; a = 0.001; h = 0.5; P_0 = 200; D_0 = 80$$

$h$  es el factor de eficiencia de la transformación del número de presas en número depredadores que en el programa VOLTERRA aparece como  $b$ ;  $P_0$  = presas iniciales;  $D_0$  = Depredadores iniciales.

- Repetir simulación modificando los siguientes valores:

$$r = 0.4; m = 0.3; a = 0.001; h = 0.5; Y - max = 800$$

$$(P_0, D_0) = (150,45); (10,10); (200,100); (100,200)$$

- Volviendo a los valores de defecto del programa, introducir el valor de la capacidad de carga por defecto. Cambiar el tiempo de simulación a 200 y repetir la simulación.
- Repetir la simulación modificando las condiciones iniciales del sistema.

( $P_0$  = Presas iniciales;  $D_0$  = Depredadores iniciales) = (150,45); (10,10); (200,100); (100,200)

- Volviendo a los valores por defecto del programa, simular ahora una población con capacidad de carga para la presa y respuesta funcional con saturación para el depredador añadiendo el valor de  $c$  por defecto. Poner el tiempo de simulación.
- Repetir la simulación anterior aumentando la capacidad de carga a 350.

##### Discusión:

1. En la primera simulación (crecimiento exponencial para la presa y respuesta funcional de depredador lineal).
  - a) ¿Qué significado tienen las isóneas del diagrama de fases? ¿Qué tipo de dinámica-cíclica de punto de equilibrio, etc.- resulta?
  - b) ¿Qué diferencias se observan respecto a las isóneas del equilibrio cuando se cambian los valores de  $r$ ,  $a$ ,  $m$  y  $h$ ?

- c) ¿Cómo se comporta el modelo cuando se cambian las condiciones iniciales –nº inicial de depredadores y presas?
- ¿Qué diferencias se observan respecto a las isóneas del equilibrio cuando se introduce la capacidad de carga? ¿Y con respecto a la dinámica del sistema?
  - ¿Qué diferencias se observan respecto a las isóneas del equilibrio cuando se introduce la respuesta funcional del depredador con saturación? ¿Y con respecto a la dinámica del sistema?
  - ¿Qué efecto tiene el aumento de la capacidad de carga sobre la dinámica de poblaciones?

- Resulta un ciclo
  - Cambia el punto de equilibrio
  - Resulta el mismo comportamiento
- Al bajar la P los depredadores se mantienen y llegan a un punto de equilibrio. Se adaptan al mismo nicho ecológico y conviven.
- En este nunca llegan al punto de equilibrio.
- Al aumentar la capacidad de carga hay más especies pero nunca llega al punto de equilibrio.