

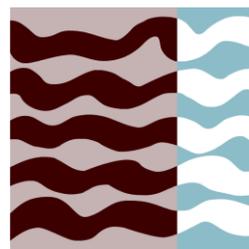
# Ciencias y Tecnología del Medio ambiente

## 2 Práctica

Ingeniería agrónoma grado en hortofruticultura y jardinería



Universidad  
Politécnica  
de Cartagena



**ETSIA**  
Cartagena

Jorge Cerezo Martínez

## 2.1. Crecimiento exponencial y logístico. Ejercicio aula.

### Objetivo:

- Realizar simulaciones informáticas variando los valores de la tasa intrínseca de crecimiento natural ( $r$ ) y de la capacidad de carga ( $k$ ) para comprender su significado.

### Método:

- Dados unos valores  $r$  y  $N$  (población inicial), calcular y representar gráficamente el crecimiento de una población con crecimiento exponencial (tabla 1).
- Dados unos valores de  $r$ ,  $K$  y  $N$ , calcular la evolución de la población en el tiempo y representarla gráficamente junto con la evolución del incremento de la población en el tiempo (tabla 2).

### Discusión:

- ¿Cómo influye la tasa de crecimiento en la evolución de la población con el tiempo? ¿Y la capacidad de carga?
- ¿Qué significado biológico tiene el factor  $\left[1 - \left(\frac{N}{K}\right)\right]$ ?
- ¿Qué diferencias existen entre las dos poblaciones analizadas con respecto a los parámetros  $r$  y  $K$ ?

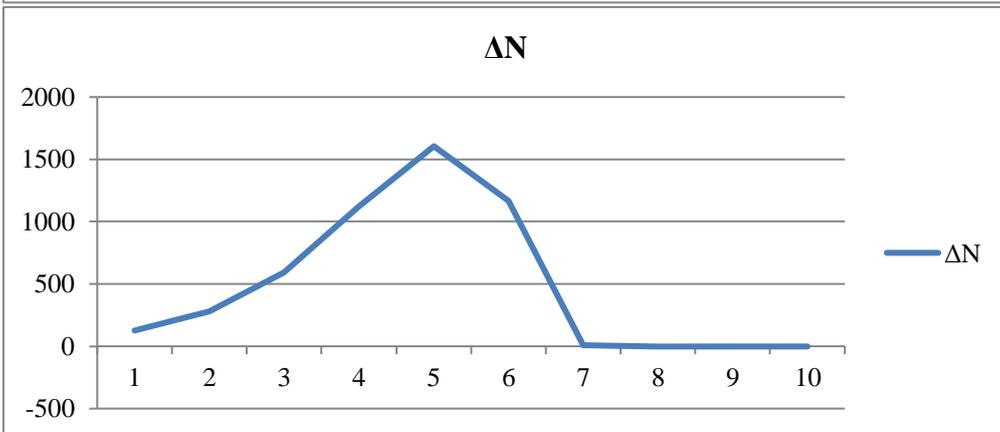
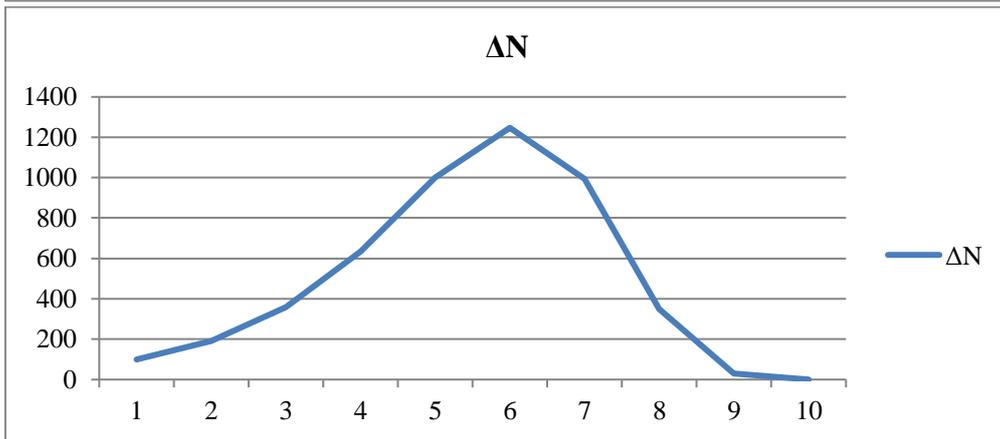
### Bibliografía:

Rodríguez, J. 1999. Ecología. Pirámide. Madrid

### Fórmulas:

- Crecimiento exponencial  $\frac{dN}{dt} = rN$
- Crecimiento logístico  $\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right)$

Tiempo (años)	Incremento en N (K=5000,r=1,0)	N(tamaño población)	Incremento en N (K=5000, r=1,3)	N(tamaño población)
		Inicial= 100		Inicial= 100
1	98	198	127,4	227,4
2	190	388	282,17	509,57
3	357,89	745,89	594,93	1104,5
4	634,62	1380,51	1118,67	2223,17
5	999,35	2379,85	1605,7	3828,24
6	1247,11	3626,96	1166,3	4994,54
7	995,99	4622,95	7,09	5001,63
8	348,62	4971,46	-2,12	4999,51
9	28,38	4999,84	-0,64	5000,18
10	0,16	5000	-0,23	4999,71



## 2.2. Crecimiento exponencial logístico. Ejercicios de simulación informática

### Objetivo:

- Realizar simulaciones informáticas variando los valores de la tasa intrínseca de crecimiento natural ( $r$ ) y de la capacidad de carga ( $K$ ) para comprender su significado.

### Método:

- Crecimiento Logístico: Se accede pulsando el botón “Logístico” del menú principal. Se utilizará únicamente la ecuación simplificada, es decir, no se consideran tiempos de retardo (el valor de  $\tau$  debe mantener en 0) ni la variación estocástica de las tasas de nacimientos y muertes.
  - Iniciar la simulación con los valores por defecto ( $r = 0.4, k = 250, n^{\circ}$  inicial de población = 4)
  - Manteniendo  $r$  y  $n$  constantes ( $K = 250, n = 4$ ), repetir simulación variando los valores de  $r$ : 0.6; 0.8; 1.5; 2; 4 y 8.
  - Manteniendo  $r$  y  $n$  constantes ( $r = 0.4, n = 4$ ), repetir la simulación variando los valores de  $k$ : 300, 200, 100, 50 y 25.

### Discusión:

- Crecimiento logístico
  - ¿Cómo varía la curva de crecimiento con la tasa de crecimiento? ¿Y con la capacidad de carga?
  - ¿Qué relación existe entre  $dN/dt$  y el número de individuos de la población?
- 1.1. Cuando se incrementa  $r$  más rápido se estabiliza la población, y al incrementarse  $K$  mayor es la capacidad de carga y mayor puede ser la población.
- 1.2.

$$\frac{dN}{dt} > 0 \rightarrow \text{población aumenta}$$

$$\frac{dN}{dt} < 0 \rightarrow \text{Población disminuye}$$

$$\frac{dN}{dt} = 0 \rightarrow \text{población constante}$$

### 2.3. Competencia inespecífica. Ejercicios de simulación informática.

#### Objetivo:

- Familiarizarse con el modelo de Lotka-Volterra de su competencia. Simular las posibles soluciones al modelo y conocer el significado del principio de exclusión competitiva, equilibrio estable y equilibrio inestable.

#### Método:

- Simular el crecimiento de poblaciones de las especies 1 y 2 conforme los valores defecto del programa.
- Simular un caso de exclusión competitiva donde gana la especie 1 utilizando los siguientes parámetros:  $r_1 = 0.4$ ;  $K_1 = 320$ ;  $\alpha_{12} = 0.6$ ;  $N_{1\text{inicial}} = 2$ ;  $r_2 = 0.3$ ;  $K_2 = 200$ ;  $\alpha_{21} = 0.8$ ;  $N_{2\text{inicial}} = 2$

Manteniendo los valores de  $r$ ,  $K$  y  $\alpha$  para las dos especies repetir las simulaciones variando el número de individuos de la población inicial del siguiente modo:

$$(N_{1\text{inicial}}, N_{2\text{inicial}}) = (50, 300); (200, 100); (200, 300); (350, 350)$$

- Simular un caso de exclusión competitiva donde gana la especie 2 utilizando los siguientes parámetros:  $r_1 = 0.4$ ;  $K_1 = 200$ ;  $\alpha_{12} = 0.8$ ;  $N_{1\text{inicial}} = 2$ ;  $r_2 = 0.3$ ;  $K_2 = 320$ ;  $\alpha_{21} = 0.6$ ;  $N_{2\text{inicial}} = 2$

#### Repetir la simulación variando $N_1$ y $N_2$ :

$$(25, 100); (125, 100); (100, 200); (50, 300); (100, 350); (250, 350); (350, 350)$$

- Simular un caso de equilibrio estable utilizando los siguientes parámetros:  
 $r_1 = 0.4$ ;  $K_1 = 250$ ;  $\alpha_{12} = 0.8$ ;  $N_{1\text{inicial}} = 2$ ;  $r_2 = 0.3$ ;  $K_2 = 200$ ;  $\alpha_{21} = 0.6$ ;  $N_{2\text{inicial}} = 2$

#### Repetir la simulación variando $N_1$ y $N_2$ :

$$(50, 50); (50, 225); (250, 25); (100, 350); (200, 350); (350, 350); (350, 100)$$

- Simular un caso de equilibrio inestable utilizando los siguientes parámetros:  
 $r_1 = 0.4$ ;  $K_1 = 250$ ;  $\alpha_{12} = 0.8$ ;  $N_{1\text{inicial}} = 2$ ;  $r_2 = 0.3$ ;  $K_2 = 200$ ;  $\alpha_{21} = 0.6$ ;  $N_{2\text{inicial}} = 2$

#### Repetir la simulación variando $N_1$ y $N_2$ :

$$(50, 50); (50, 200); (200, 50); (100, 350); (200, 350); (350, 350); (350, 100)$$

#### Discusión:

1. ¿Qué diferencias se encuentran en la situación de las isoclinas de equilibrio con los ejes del espacio de fases en las cuatro soluciones al modelo?
  2. ¿Cuál es el número de individuos en el equilibrio para cada especie en los 4 casos simulados?
  3. ¿Cuáles serían las condiciones respecto a  $K$  y  $\alpha$  para que se produjera cada una de las cuatro soluciones?
  4. ¿Qué diferencias se observan cuando se modifican las condiciones iniciales ( $N_1$  iniciales,  $N_2$  inicial) en los cuatro casos simulados?
1. En el primer caso: Como la isocline de la especie 2 está por debajo de la 1, la especie 2 desaparece y la 1 se estabiliza.  
En el segundo caso: Gana la especie 2  
En el tercer caso: Las dos especies coexisten.  
En el cuarto caso: Resulta un equilibrio inestable,  $N_1$  gana a  $N_2$ , pero si modificamos el número de individuos puede cambiar el ganador.

2. Variación  $\alpha$  y K gana una especie u otra.
- 3.
4. En los tres primeros casos, las especies quedan iguales.  
En el último caso, gana la especie 1.

#### 2.4. Depredación. Ejercicios de simulación informática

##### Objetivo:

- Familiarizarse con el modelo de Lotka-Volterra de depredación. Simular la dinámica de poblaciones de un sistema depredador-presa variando el tipo de crecimiento de la presa (exponencial o logístico) y la respuesta funcional (variando en la tasa de depredación con el número de presas) del depredador.
- Simular los diferentes casos que se pueden general al variar la capacidad de carga del sistema para la presa cuando la respuesta funcional sigue una cinética de saturación.

##### Método:

- Simular el crecimiento de las poblaciones depredador y presa considerando crecimiento exponencial para la presa y respuesta funcional del depredador lineal con los valores utilizados por defecto en el programa.

$$r = 0.4; m = 0.3; a = 0.001; h = 0.5; P_0 = 200; D_0 = 80$$

$h$  es el factor de eficiencia de la transformación del número de presas en número depredadores que en el programa VOLTERRA aparece como  $b$ ;  $P_0$  = presas iniciales;  $D_0$  = Depredadores iniciales.

- Repetir simulación modificando los siguientes valores:

$$r = 0.4; m = 0.3; a = 0.001; h = 0.5; Y - max = 800$$

$$(P_0, D_0) = (150,45); (10,10); (200,100); (100,200)$$

- Volviendo a los valores de defecto del programa, introducir el valor de la capacidad de carga por defecto. Cambiar el tiempo de simulación a 200 y repetir la simulación.
- Repetir la simulación modificando las condiciones iniciales del sistema.

( $P_0$  = Presas iniciales;  $D_0$  = Depredadores iniciales) = (150,45); (10,10); (200,100); (100,200)

- Volviendo a los valores por defecto del programa, simular ahora una población con capacidad de carga para la presa y respuesta funcional con saturación para el depredador añadiendo el valor de  $c$  por defecto. Poner el tiempo de simulación.
- Repetir la simulación anterior aumentando la capacidad de carga a 350.

##### Discusión:

1. En la primera simulación (crecimiento exponencial para la presa y respuesta funcional de depredador lineal).
  - a) ¿Qué significado tienen las isóneas del diagrama de fases? ¿Qué tipo de dinámica-cíclica de punto de equilibrio, etc.- resulta?
  - b) ¿Qué diferencias se observan respecto a las isóneas del equilibrio cuando se cambian los valores de  $r$ ,  $a$ ,  $m$  y  $h$ ?

- c) ¿Cómo se comporta el modelo cuando se cambian las condiciones iniciales –nº inicial de depredadores y presas?
- ¿Qué diferencias se observan respecto a las isóneas del equilibrio cuando se introduce la capacidad de carga? ¿Y con respecto a la dinámica del sistema?
  - ¿Qué diferencias se observan respecto a las isóneas del equilibrio cuando se introduce la respuesta funcional del depredador con saturación? ¿Y con respecto a la dinámica del sistema?
  - ¿Qué efecto tiene el aumento de la capacidad de carga sobre la dinámica de poblaciones?

- Resulta un ciclo
  - Cambia el punto de equilibrio
  - Resulta el mismo comportamiento
- Al bajar la P los depredadores se mantienen y llegan a un punto de equilibrio. Se adaptan al mismo nicho ecológico y conviven.
- En este nunca llegan al punto de equilibrio.
- Al aumentar la capacidad de carga hay más especies pero nunca llega al punto de equilibrio.