UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA
Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola
Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)
Tel. 968-325732 – Fax. 968-325732

PROBLEMAS RESUELTOS TEMA 8

1. En una bomba se coloca un manómetro a la entrada que marca 588,6 mm Hg y un manómetro a la salida que marca 9,2 Kgf cm^{-2}. La potencia consumida por el motor es de 25 CV y el caudal elevado de 15 L s^{-1}. Sabiendo que μ_b = 0,92 y $D_{asp} = D_{imp}$. Se pide el rendimiento del motor.

Como sabemos, la $H_m = P_{entrada} – P_{salida}$.

$P_{entrada}$ = 588,6 mm Hg. Como se mide con un manómetro y es una presión menor que la atmosférica, en presión relativa va a ser menor que 0.

760 mm Hg…………………10,33 mca
588,6 mm Hg…………………Pe

Pe = 8 mca.

Pe (relativa) = 8 – 10.33 = -2.32 mca

La presión a la salida marca 9,2 Kgf cm^{-2} = 92 mca (ya en relativa. Se mide con un manómetro).

H_m = 92 – (-2,32) = 94,33 mca.

Como sabemos la ecuación para determinar la potencia del grupo motobomba

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA
Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola
Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)
Tel. 968-325732 – Fax. 968-325732

$$N_m = \frac{\gamma \cdot H_m \cdot Q}{\mu_b \cdot \mu_m}$$

$$25 \cdot 736 = \frac{9810 \cdot 94{,}33 \cdot 0{,}015}{0{,}92 \cdot \mu_m}$$

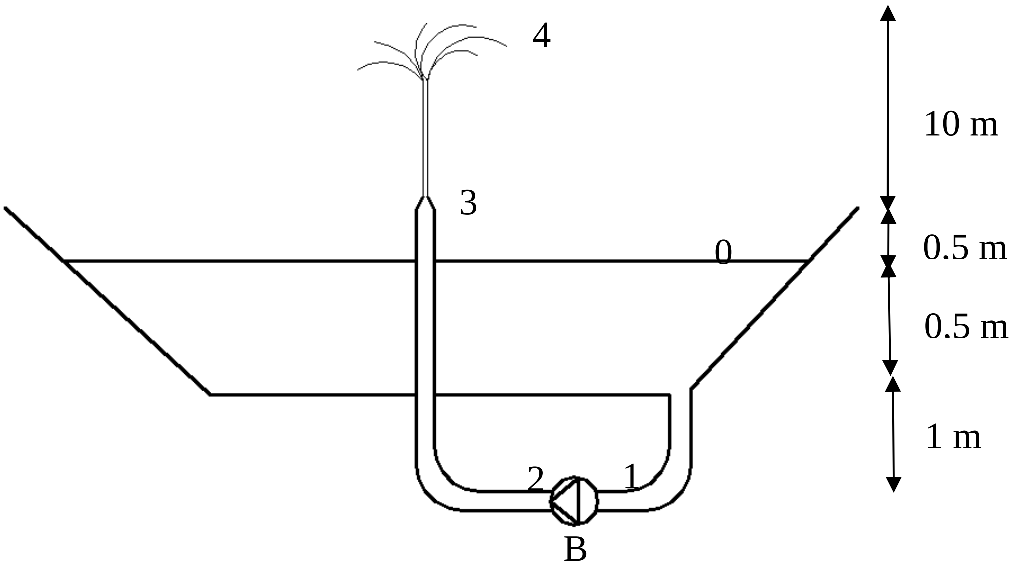
$$\mu_m = 0{,}819$$

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA
Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola
Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)
Tel. 968-325732 – Fax. 968-325732

2. Calcular para la fuente de la figura siguiente. Despreciar pérdidas de carga.

a) Caudal que bombea.
b) Presión de salida de la bomba.
c) Presión de entrada en la bomba.
d) Potencia útil.
e) si μ Global = 0,6 y el Kw·h se paga a 14 céntimos. Calcula el costo de 8 h de funcionamiento.

$D_{aspiración}$ = 6cm
$D_{impulsión}$ = 5 cm
$D_{boquilla}$ = 1,5 cm



a) Debemos seleccionar dos puntos en los que conozcamos todas las variables excepto una para aplicar un Bernoulli. Por ejemplo entre los puntos 3 y 4.

$$z_3 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g} = z_4 + \frac{P_4}{\gamma} + \frac{v_4^2}{2g}$$

$$2 + 0 + \frac{v_3^2}{2 \cdot g} = 12 + 0 + 0$$

$$V_3 = 14 ms^{-1}$$

Conocida la velocidad, y la sección de la boquilla, podemos determinar el caudal.

$$Q = V \cdot S = V \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 14 \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}015^2}{4} = 0{,}00247 m^3 s^{-1}$$

b) Para determinar la presión a la salida de la bomba, realizamos un Bernoulli entre los puntos 2 y 3. Vamos a necesitar la velocidad en el punto 2. Como conocemos caudal y sección.

$$Q = V \cdot S;\ V = \frac{Q \cdot 4}{\pi \cdot D^2} = \frac{0{,}00247 \cdot 4}{\pi \cdot 0{,}05^2} = 1{,}26 ms^{-1}$$

$$z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = z_3 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g}$$

$$0 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{1{,}26^2}{2g} = 2 + 0 + \frac{14^2}{2g}$$

$$\frac{P_2}{\gamma} = 11{,}92\text{mca}$$

c) Para determinar la presión en el punto 1, hacemos Bernoulli entre 0 y 1. Vamos a necesitar la velocidad en el punto 2. Como conocemos caudal y sección.

$$Q = V \cdot S; V = \frac{Q \cdot 4}{\pi \cdot D^2} = \frac{0{,}00247 \cdot 4}{\pi \cdot 0{,}06^2} = 0{,}875\text{ms}^{-1}$$

$$z_0 + \frac{P_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g}$$

$$1{,}5 + 0 + 0 = 0 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{0{,}875^2}{2g}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = 1{,}461 \text{ mca}$$

c) Para determinar la potencia útil, necesitamos conocer la altura manométrica de la bomba Hm.

$$H_m = P_{salida} - P_{entrada}$$

Aunque intuitivamente se puede determinar, vamos a calcularla haciendo Bernoulli.

$$H_1 + H_m = H_2$$

$$H_m = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} - z_1 - \frac{P_1}{\gamma} - \frac{v_1^2}{2g}$$

$$H_m = 0 + 11{,}92 + \frac{1{,}26^2}{2g} - 0 - 1{,}461 - \frac{0{,}875^2}{2g}$$

$$H_m = 10{,}46\text{mca}$$

La potencia útil por tanto,

$$N_u = \gamma \cdot H_m \cdot Q$$

$$N_u = 9810 \cdot 10{,}46 \cdot 0{,}00247$$

$$N_u = 253{,}8\text{W} = 0{,}254\text{Kw}$$

d) Para determinar el coste de la energía consumida.

$$N_m = \frac{\gamma \cdot H_m \cdot Q}{\mu_m}$$

$$N_m = \frac{0{,}254}{0{,}6} = 0{,}423\text{KW}$$

En 8 horas de funcionamiento,

$$0{,}423 \cdot 8 = 3{,}386\,Kw$$

Y como cada Kw son 14 céntimos

$$3{,}386\,Kw \cdot 14 = 47{,}41 \text{ céntimos}$$

3. Sea una tubería de impulsión de PVC (0,6Mpa) D_N = 400 mm, que tiene una longitud de 4000 m y salva un desnivel (Hg) de 25 m. en la instalación existen 3 codos a 45º (L_{eq} = 10 m cada uno), 1 codo a 90º (L_{eq} = 25 m) y una válvula de retención (L_{eq} = 120 m).

Las ecuaciones suministradas por el fabricante de bomba son:

$H_m = 40 – 349Q^2$

$NPSH = 4 + 10Q^{1,2}$

Suponiendo un f = 0,017, P_v/γ = 0,25mca y P_o/γ = 10,33mca, Calcular:

a) Altura manométrica y caudal

b) Indicar la máxima altura de aspiración si la tubería es igual a la tubería de impulsión y L = 20m.

a)

El punto de funcionamiento de una instalación, coincide con la intersección de las curvas de la bomba y e la conducción.

La ecuación de una conducción sabemos es:

$$H_c = H_g + KQ^2 = 25 + 0{,}0826 \cdot f \cdot L \cdot \frac{Q^2}{D^5} =$$

$$25 + 0{,}0826 \cdot 0{,}017 \cdot (4000 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 25 + 1 \cdot 120) \cdot \frac{Q^2}{0{,}3766^5}$$

Como sabemos que

$H_b = H_c$

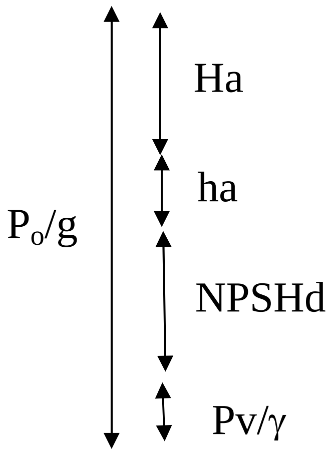
$$40 - 349 \cdot Q^2 = 25 + 0{,}0826 \cdot 0{,}017 \cdot (4000 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 25 + 1 \cdot 120) \cdot \frac{Q^2}{0{,}3766^5}$$

$$Q = 0{,}1153 m^3 s^{-1}$$

Sustituyendo en cualquiera de las dos ecuaciones anteriores, obtenemos la H_m

$$H_m = 40\text{-}349 \cdot (0{,}1156)^2 = 35{,}33 \text{ mca}$$

b)



De esta gráfica, conocemos Ha, NPSHr (pues conocemos caudal), P_v/γ y P_o/γ.

Para determinar ha, aplicamos Darcy Weissbach

$$ha = 0{,}0826 \cdot f \cdot L \cdot \frac{Q^2}{D^5}$$

$$ha = 0{,}0826 \cdot 0{,}017 \cdot 20 \cdot \frac{0{,}1156^2}{0{,}3766^5} = 0{,}05\text{mca}$$

$$NPSH_r = 4 + 10 \cdot Q^{1,2} = 4 + 10 \cdot 0{,}1156^{1,2} = 4{,}75$$

Por tanto, el máxima Ha será

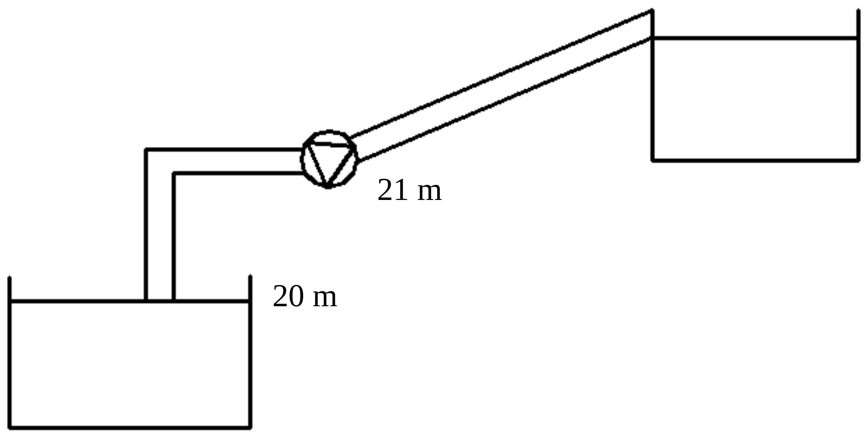
$$Ha = \frac{Po}{g} - ha - NPSH - \frac{Pv}{g}$$

$$Ha = 10{,}33 - 0{,}05 - 4{,}75 - 0{,}25 = 5{,}28m$$

4. Para el esquema de la figura donde el diámetro de la aspiración es 80 mm con una longitud de 14 m (f = 0,02) y el diámetro de impulsión es 250 mm con una longitud de 951 m (f = 0,02). Calcular

a) Punto de funcionamiento teórico de la instalación.
b) ¿Se produce cavitación?.
c) Máximo caudal que suministra la instalación sin cavitar.
d) Indicar la potencia del grupo motobomba para el máximo caudal.

P_v/γ = 0,238 mca a 20ºC
P_o/γ = 10,33 mca
Bomba
$Hm = 60 - 5208Q^2$
$\mu_g = 30Q - 300Q^2$
$NPSHr = 5 - 600Q + 30208Q^2$



a) Para determinar el punto de funcionamiento de una instalación se iguala la ecuación de la bomba y la ecuación de la conducción.

Ec Bomba = $60 - 5208Q^2$

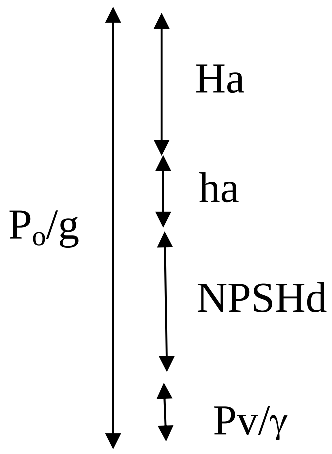
$$\text{Ec Conducción} = Hg + K \cdot Q^2 = (72 - 20) + 0{,}0826 \cdot f \cdot L \cdot \frac{Q^2}{D^5} =$$

$$\text{Ec Conducción} = 52 + 0{,}0826 \cdot 0{,}02 \cdot 951 \cdot \frac{Q^2}{0{,}25^5} + 0{,}0826 \cdot 0{,}02 \cdot 14 \cdot \frac{Q^2}{0{,}08^5}$$

$$Q = 0,024 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$Hm = 60 - 5208 \cdot 0,024^2 = 57 \text{ mca}$$

b) Para que no se produzca cavitación, el $NPSH_d$ tiene que ser mayor que el $NPSH_r$.



$$NPSHd = \frac{P_o}{\gamma} - Ha - ha - \frac{P_v}{\gamma} = 10,33 - 1 - 4,06 - 0,238 = 5,03\text{mca}$$

$$NPSHr = 5 - 600Q + 30208Q^2 = 5 - 600 \cdot 0,024 + 30208 \cdot 0,024^2 = 8\text{mca}$$

Por lo tanto se produce cavitación.

c) El máximo caudal de la instalación sin cavitación se produce cuando NPSHd = NPSHr

$$10,33 - 1 - 0.238 - 0,0826 \cdot 0,02 \cdot 14 \frac{Q^2}{0,08^5} = 5 - 600 \cdot Q + 30208 \cdot Q^2$$

$$Q\text{max} = 0,0212\text{m}^3\text{s}^{-1}$$

d)

$$N_m = \frac{\gamma \cdot H_m \cdot Q}{\mu_m}$$

$$N_m = \frac{9810 \cdot (60 - 5208 \cdot 0{,}0212^2) \cdot 0{,}0212}{30 \cdot 0{,}0212 - 300 \cdot 0{,}0212^2} = 23927\text{W}$$

5. Para el esquema de la figura, calcular

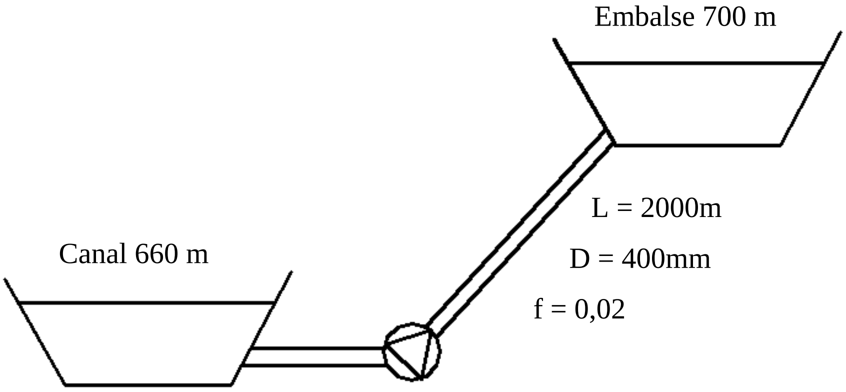
a) Asociar en serie y determinar el punto de funcionamiento de la instalación y de cada bomba. Determinar además μ_{B1} y μ_{B2} (gráfica y analíticamente)

b) Asociar en paralelo y determinar el punto de funcionamiento de la instalación (Gráfica)

c) Para el apartado A, determinar el coste de elevación de cada m^3 de agua (Kw-h = 4 u.m. y $\mu_m = 0,95$)

Ecuaciones de bomba B1
$H = -4000Q^2-135Q+69$
$\mu = -230Q^2+25Q$

Ecuaciones de bomba B2
$H = -4285Q^2-71Q+54$
$\mu = -380Q^2+37Q$



Despreciar las pérdidas de carga en la aspiración

a) Determinamos el punto de funcionamiento de nuestra instalación. Se iguala la ecuación de la bomba y la ecuación de la conducción.

Ecuación de la conducción =

$$Hg + KQ^2 = (700-660)+0,0826\cdot 0,02\cdot 2000\cdot Q^2/0,4^5$$

Como las bombas están asociadas en serie,

$H_{BS} = H_{B1} + H_{B2}$ y $Q_{BS} = Q_{B1} = Q_{B2}$

$$H_{BS} = -4000Q^2-135Q+69 - 4285Q^2-71Q+54 = -8285Q^2 - 206Q + 123$$

Por tanto el punto de funcionamiento será:

$$(700-660)+0,0826\cdot 0,02\cdot 2000\cdot Q^2/0,4^5 = -8285Q^2 - 206Q + 123$$

$$Q = 0{,}0869\ m^3s^{-1}$$
$$H = 42{,}39\ m$$

Como el caudal es el mismo cuando están en serie, el punto de funcionamiento de cada bomba será:

Pto Fto B_1

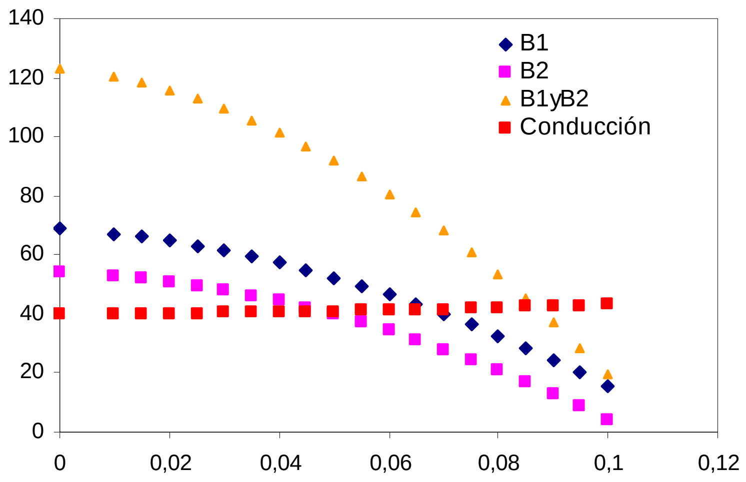
$$Q_1 = 0{,}0869\ m^3s^{-1}$$
$$H_1 = 26{,}99\ m$$
$$\mu_1 = 0{,}435$$

Pto Fto B_2

$$Q_2 = 0{,}0869\ m^3s^{-1}$$
$$H_2 = 15{,}4\ m$$
$$\mu_2 = 0{,}349$$

$$\mu_{\ serie} = 0{,}435 \cdot 0{,}349 = 0{,}15$$

De forma Gráfica



a) Si las bombas se asocian en paralelo,

$H_{BS} = H_{B1} = H_{B2}$ y $Q_{BS} = Q_{B1} + Q_{B2}$

$$-4000Q^2-135Q+69 = -4285Q^2-71Q+54$$

Al resolver, raíz negativa y que no tiene solución. Sólo se puede resolver de forma gráfica.

$$N_e = \frac{\gamma \cdot H_m \cdot Q}{\mu_m}$$

$$N_m = \frac{9810\cdot(-4000\cdot 0{,}0869^2 - 135\cdot 0{,}0869 + 69 - 4285\cdot 0{,}0869^2 - 71\cdot 0{,}0869 + 54)\cdot 0{,}0869}{(-230\cdot 0{,}0869^2 + 25\cdot 0{,}0869)\cdot(-380\cdot 0{,}0869^2 + 37\cdot 0{,}0869)\cdot 0{,}95} = 256{,}14\,Kw$$

$$256{,}14\,Kw \cdot 4 = 1024{,}56\,um/hora$$

Como el caudal es $0{,}0869 m^3s^{-1} = 312{,}84\ m^3h^{-1}$

1024,56 um/h……………….312,84 m^3h^{-1}
X…………………………..1 m^3h^{-1}

X = 3,27 um por m^3 de agua elevada

6. Una bomba centrífuga da una altura manométrica de 50 m.c.a. a un caudal Q dado y una velocidad de giro, n_1 = 1450 rpm.

a) Determinar la altura y el incremento de caudal que dará, si la velocidad de giro es de n_2 = 2900 rpm.

b) Si el caudal impulsado es de 200 l/s, cuál será la potencia útil que desarrolla la bomba para la segunda velocidad de giro?.

Puesto que la bomba es la misma y únicamente se varía la velocidad de giro, $\lambda = 1$ (relación geométrica entre bombas = 1).

a) Cuando se varían las revoluciones de una bomba, la ley de semejanza de bombas indica:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} = \alpha$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 = \alpha^2$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3 = \alpha^3$$

A partir de la primera relación de semejanza,

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} = \alpha$$

$$Q_2 = Q_1 \cdot \left(\frac{n_2}{n_1}\right) = Q_1 \cdot \left(\frac{2900}{1450}\right) = 2Q_1$$

A partir de la segunda relación de semejanza,

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 = \alpha^2$$

$$H_2 = H_1 \cdot \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = 50 \cdot \left(\frac{2900}{1450}\right)^2 = 200\text{mca}$$

b) La potencia útil que desarrolla la bomba, para la velocidad de giro, n_1 = 1450 r.p.m. es

$$N_1 = \gamma \cdot Q_1 \cdot H_1 = 9810 \cdot \frac{200}{1000} \cdot 50 = 98100\text{W}$$

A partir de la tercera relación de semejanza de bombas, podemos determinar la potencia a la segunda velocidad del giro.

$$N_2 = N_1 \cdot \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3 = 98100 \cdot \left(\frac{2900}{1450}\right)^3 = 784800\text{W}$$

7. Se dispone de un conjunto motobomba que eleva agua a través de una conducción de 1600 m de longitud, diámetro 150 mm y C = 80. La altura de elevación es de 25 metros.
   La bomba funciona a 3.400 rpm y eleva un caudal de 22l/s y dispone de un rodete de 200 mm de diámetro y un motor de 40 CV, siendo el rendimiento del conjunto 72%.
   Sabiendo que existen rodetes de 180, 190, 210 y 220 mm de diámetro para sustituir al actual, hallar el mayor caudal que podrá elevar el conjunto motobomba si se Instala en paralelo con la tubería actual otra del mismo diámetro de 1710 m de longitud y C =120m.

$H_B = 74{,}8 + 424Q - 30970Q^2$

Para determinar el punto de funcionamiento de una instalación, es necesario igualar la ecuación de la bomba con la ecuación de la conducción. Puesto que se instalan tuberías en paralelo, el caudal total es igual a la suma de los caudales de cada conducción.

La ecuación de la conducción 1 es:

$$H_1 = Hg + KQ^2 = 25 + 10{,}64 \cdot C^{-1{,}85} \cdot D^{-4{,}87} \cdot Q^{1{,}85} \cdot L$$

$$= 25 + 10{,}64 \cdot 80^{-1{,}85} \cdot 0{,}15^{-4{,}87} \cdot Q^{1{,}85} \cdot 1600 = 25 + 52718Q^{1{,}85}$$

La ecuación de la conducción 2 es:

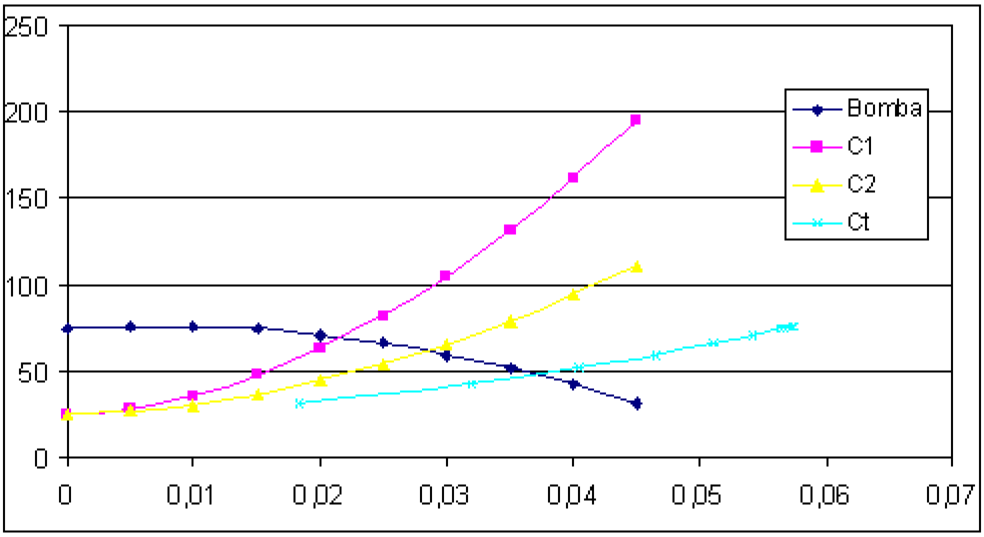
$$H_1 = Hg + KQ^2 = 25 + 10{,}64 \cdot C^{-1{,}85} \cdot D^{-4{,}87} \cdot Q^{1{,}85} \cdot L$$

$$= 25 + 10{,}64 \cdot 120^{-1{,}85} \cdot 0{,}15^{-4{,}87} \cdot Q^{1{,}85} \cdot 1710 = 25 + 26611Q^{1{,}85}$$

Si despejamos el caudal y lo sumamos,

$$\left(\frac{H_1 - 25}{52818}\right)^{\frac{1}{1,85}} + \left(\frac{H_2 - 25}{26611}\right)^{\frac{1}{1,85}} = Q_T$$

Ante la dificultad de resolver estos sistemas, realizamos gráficamente el problema.



El punto de funcionamiento en paralelo es:

$$Q = 0{,}03725 m^3 s^{-1}$$

$$H = 48 \text{ m}$$

Si cambiamos el rodete e instalamos uno de 210 mm, aplicando la relación de semejanza.

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{{D_2}^2}{{D_1}^2}; \frac{Q_2}{0{,}03725} = \frac{210^2}{200^2}; Q_2 = 0{,}041 m^3 s^{-1}$$

$$\frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2; \frac{H_2}{48} = \left(\frac{210}{200}\right)^2; H_2 = 52{,}92 m$$

Para comprobar si el motor es suficiente, aplicamos la ecuación de potencia.

$$N = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H}{\mu} = \frac{9810 \cdot 0{,}041 \cdot 52{,}92}{0{,}75} = 28379 W = 38{,}55 CV.$$

El motor sirve.

Si aumentamos el rodete a D_3=220mm.

$$\frac{Q_3}{Q_1} = \frac{{D_3}^2}{{D_1}^2}; \frac{Q_3}{0{,}03725} = \frac{220}{200}; Q_3 = 0{,}045 m^3 s^{-1}$$

$$\frac{H_3}{H_1} = \left(\frac{D_3}{D_1}\right)^2; \frac{H_3}{48} = \left(\frac{220}{200}\right)^2; H_2 = 58{,}08 m$$

Para comprobar si el motor es suficiente, aplicamos la ecuación de potencia.

$$N = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H}{\mu} = \frac{9810 \cdot 0{,}045 \cdot 58{,}08}{0{,}75} = 34185{,}8 W = 46{,}44 CV.$$

El motor no sirve porque es de 40 CV.

La nueva curva de bomba al instalar el rodete de 210mm será:

$$Q_2 = \frac{210^2}{200^2} \cdot Q_1 = 1{,}10 Q_1$$

$$H_2 = \frac{210^2}{200^2} \cdot H_1 = 1{,}10 H_1$$