APÉNDICE

Propiedades de áreas planas

Notación: A = área

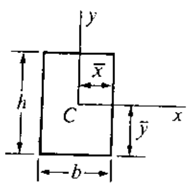
$\bar{x}, \bar{y}$ = distancias al centroide C

I_x, I_y = momentos de inercia con respecto a los ejes x y y, respectivamente

I_{xy} = producto de inercia con respecto a los ejes x y y

$I_p = I_x + I_y$ = momento polar de inercia

I_{BB} = momento de inercia con respecto al eje B-B

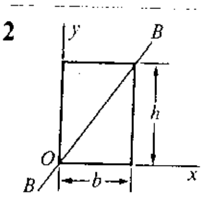
1 

Rectángulo (Origen de los ejes en el centroide.)

$$A = bh \qquad \bar{x} = \frac{b}{2} \qquad \bar{y} = \frac{h}{2}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \qquad I_y = \frac{hb^3}{12}$$

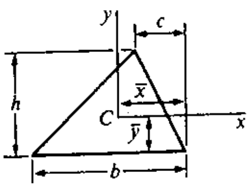
$$I_{xy} = 0 \qquad I_p = \frac{bh}{12}(h^2 + b^2)$$

2 

Rectángulo (Origen de los ejes en una esquina.)

$$I_x = \frac{bh^3}{3} \qquad I_y = \frac{hb^3}{3}$$

$$I_{xy} = \frac{b^2h^2}{4} \qquad I_p = \frac{bh}{3}(h^2 + b^2) \qquad I_{BB} = \frac{b^3h^3}{6(b^2 + h^2)}$$

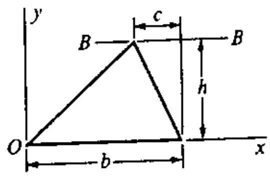
3 

Triángulo (Origen de los ejes en el centroide.)

$$A = \frac{bh}{2} \qquad \bar{x} = \frac{b + c}{3} \qquad \bar{y} = \frac{h}{3}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{36} \qquad I_y = \frac{bh}{36}(b^2 - bc + c^2)$$

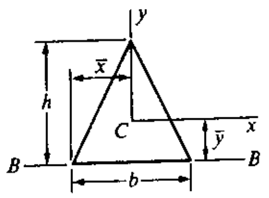
$$I_{xy} = \frac{bh^2}{72}(b - 2c) \qquad I_P = \frac{bh}{36}(h^2 + b^2 - bc + c^2)$$

4 

Triángulo (Origen de los ejes en el vértice.)

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \qquad I_y = \frac{bh}{12}(3b^2 - 3bc + c^2)$$

$$I_{xy} = \frac{bh^2}{24}(3b - 2c) \qquad I_{BB} = \frac{bh^3}{4}$$

5 

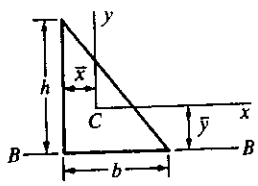
Triángulo isósceles (Origen de los ejes en el centroide.)

$$A = \frac{bh}{2} \qquad \bar{x} = \frac{b}{2} \qquad \bar{y} = \frac{h}{3}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{36} \qquad I_y = \frac{hb^3}{48} \qquad I_{xy} = 0$$

$$I_P = \frac{bh}{144}(4h^2 + 3b^2) \qquad I_{BB} = \frac{bh^3}{12}$$

(Nota: Para un triángulo equilátero, $h = \sqrt{3}b/2$.)

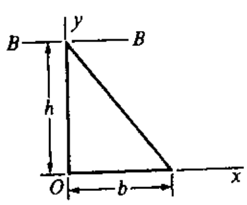
6 

Triángulo rectángulo (Origen de los ejes en el centroide.)

$$A = \frac{bh}{2} \qquad \bar{x} = \frac{b}{3} \qquad \bar{y} = \frac{h}{3}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{36} \qquad I_y = \frac{hb^3}{36} \qquad I_{xy} = -\frac{b^2h^2}{72}$$

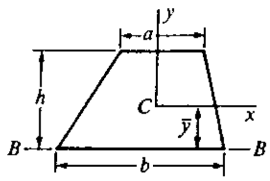
$$I_P = \frac{bh}{36}(h^2 + b^2) \qquad I_{BB} = \frac{bh^3}{12}$$

7 

Triángulo rectángulo (Origen de los ejes en el vértice.)

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \qquad I_y = \frac{hb^3}{12} \qquad I_{xy} = \frac{b^2h^2}{24}$$

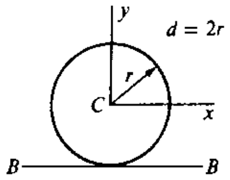
$$I_P = \frac{bh}{12}(h^2 + b^2) \qquad I_{BB} = \frac{bh^3}{4}$$

8 

Trapezoide (Origen de los ejes en el centroide.)

$$A = \frac{h(a+b)}{2} \qquad \bar{y} = \frac{h(2a+b)}{3(a+b)}$$

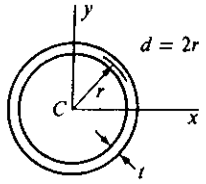
$$I_x = \frac{h^3(a^2+4ab+b^2)}{36(a+b)} \qquad I_{BB} = \frac{h^3(3a+b)}{12}$$

9 

Círculo (Origen de los ejes en el centro.)

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4} \qquad I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64}$$

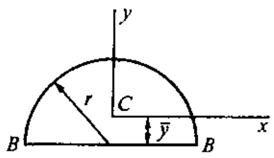
$$I_{xy} = 0 \qquad I_p = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32} \qquad I_{BB} = \frac{5\pi r^4}{4} = \frac{5\pi d^4}{64}$$

10 

Anillo circular (Origen de los ejes en el centro.)
Fórmulas aproximadas para el caso cuando t es pequeño.

$$A = 2\pi rt = \pi dt \qquad I_x = I_y = \pi r^3 t = \frac{\pi d^3 t}{8}$$

$$I_{xy} = 0 \qquad I_p = 2\pi r^3 t = \frac{\pi d^3 t}{4}$$

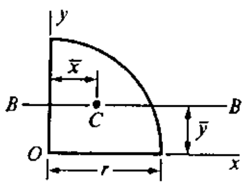
11 

Semicírculo (Origen de los ejes en el centroide.)

$$A = \frac{\pi r^2}{2} \qquad \bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$$

$$I_x = \frac{(9\pi^2 - 64)r^4}{72\pi} \approx 0.1098r^4 \qquad I_y = \frac{\pi r^4}{8}$$

$$I_{xy} = 0 \qquad I_{BB} = \frac{\pi r^4}{8}$$

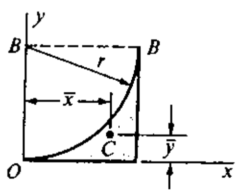
12 

Cuadrante de círculo (Origen de los ejes en el centro del círculo.)

$$A = \frac{\pi r^2}{4} \qquad \bar{x} = \bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{16} \qquad I_{xy} = \frac{r^4}{8}$$

$$I_{BB} = \frac{(9\pi^2 - 64)r^4}{144\pi} \approx 0.05488r^4$$

13 

Arco de cuadrante de círculo (Origen de los ejes en el vértice.)

$$A = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)r^2$$

$$\bar{x} = \frac{2r}{3(4-\pi)} \approx 0.7766r \qquad \bar{y} = \frac{(10 - 3\pi)r}{3(4-\pi)} \approx 0.2234r$$

$$I_x = \left(1 - \frac{5\pi}{16}\right)r^4 \approx 0.01825r^4 \qquad I_y = I_{BB} = \left(\frac{1}{3} - \frac{\pi}{16}\right)r^4 \approx 0.1370r^4$$