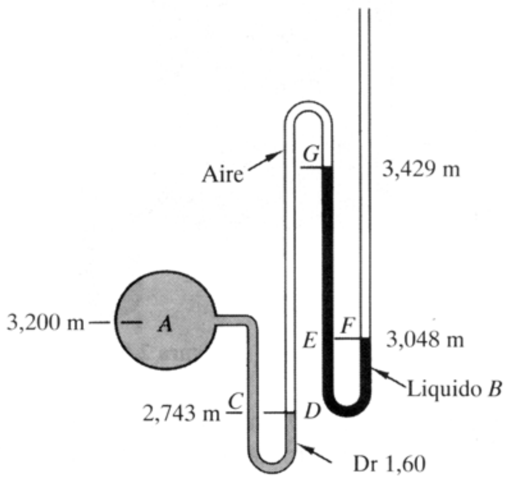
Problemas Tema 2

1. En el siguiente esquema se dispone de un VACUOMETRO en A que indica una presión ABSOLUTA de 90,41 kPa, determinar la densidad relativa (Dr) del líquido B.



Nota: El peso del aire contenido en el sistema puede considerarse despreciable.

$$P_C = P_A + \gamma\ \Delta Z$$

$$d_r = 1{,}60 = \frac{\gamma_r}{\gamma_{agua}}\ ; \qquad \gamma_r = \gamma_{agua}\ 1{,}60 = 9810\ \frac{N}{m^3} \cdot 1{,}60$$

$$P_C = 90{,}41 + 1{,}60 \cdot 9{,}810 \cdot (3{,}2 - 2{,}743) = 97{,}58 \text{ Kpa}$$

$$P_D = P_C.$$

$P_G = P_D$ porque el peso especifico del aire se considera despreciable

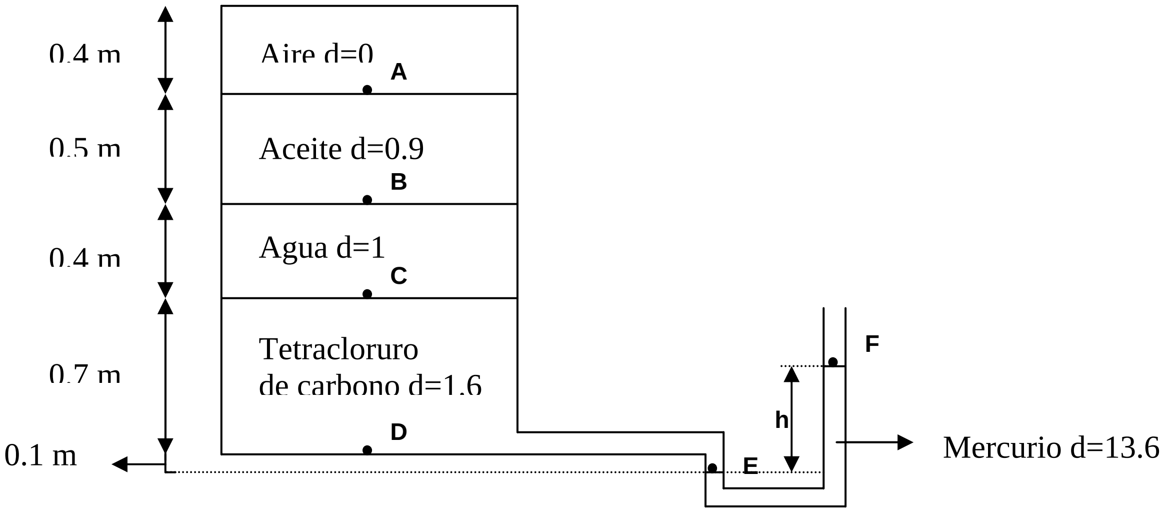
$$P_F = P_E = 101{,}3 \text{ kPa}$$

$$P_F = P_G + \gamma\ (Z_G - Z_F) = 97{,}58 + \gamma\ (3{,}429 - 3{,}048) = 101{,}3$$

$$\gamma = 9760\ Nm^{-3}. \quad \text{Como } \gamma = \rho\ g;\ \ D_r = 0{,}99$$

2. Calcular la altura h en el tubo con mercurio colocado en el depósito de la figura si la presión del aire contenido en dicho depósito es de 0.5 kgf/cm^2. Indicar la presión en *Pa* en los puntos A, B, C, D y E.

$P_{atmosférica}$ = 760 mm Hg



Como podemos observar, la presión de aire en el depósito es menor que la presión atmosférica y por tanto concluimos que estamos trabajando en presiones absolutas:

Cambiamos a Pa la P_{aire} en el depósito

$$1{,}033\ \frac{Kgf}{cm^2} \longrightarrow 101300\ Pa$$

$$0{,}5\ \frac{Kgf}{cm^2} \longrightarrow 49031{,}94\ Pa$$

La relación que se cumple es que la $P_2 = P_1 + \gamma\ \Delta Z$

$$P_A = P_{aire} + \gamma_{aire}\Delta Z;\ P_A = 49031{,}94 + 0 \cdot 9810 \cdot 0{,}4 = 49031{,}94\ Pa$$

$$P_B = P_A + \gamma_{aceite}\Delta Z;\ P_B = 49031{,}94 + 0{,}9 \cdot 9810 \cdot 0{,}5 = 53446{,}4\ Pa$$

$$P_C = P_B + \gamma_{agua}\Delta Z;\ P_C = 53446{,}44 + 1 \cdot 9810 \cdot 0{,}4 = 57370{,}45\ Pa$$

$$P_D = P_C + \gamma_{TT}\Delta Z;\ P_D = 57370{,}45 + 1{,}6 \cdot 9810 \cdot 0{,}7 = 68357{,}64\ Pa$$

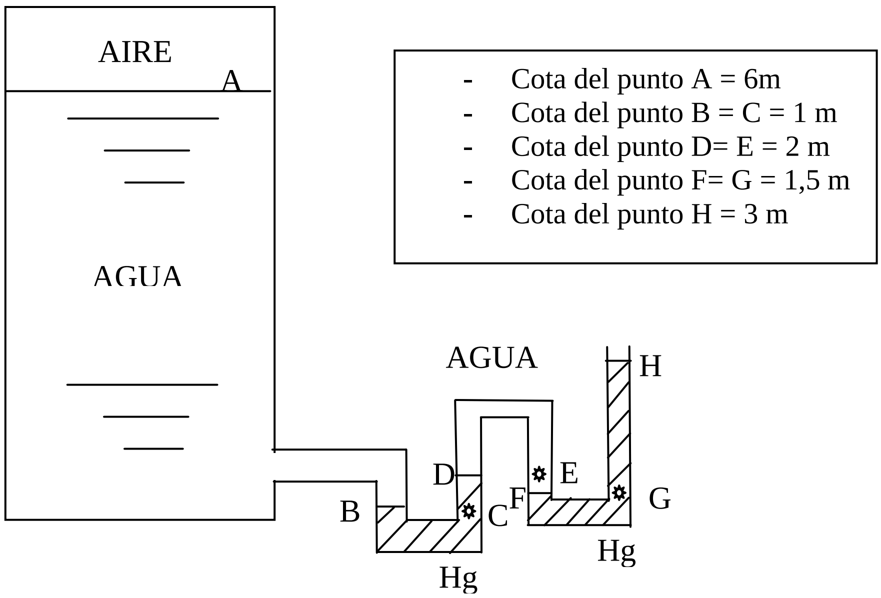
$$P_E = P_D + \gamma_{TT}\Delta Z;\ P_E = 68357{,}64 + 1{,}6 \cdot 9810 \cdot 0{,}1 = 69927{,}25 \text{ Pa}$$

$$P_E = P_F + \gamma_{mercurio} h$$

$$69927{,}25 = 0 + 13{,}6 \cdot 9810 \text{ x } h$$

$$h = 0{,}524 \text{ m}$$

3. Calcular la presión absoluta del punto A si la presión barométrica local es de 722 mm Hg



Vamos a trabajar en Kg / m^2. Cambiamos de unidades la

$$P_{atm} = 722 \text{ mm} = 0{,}722 \cdot 13{,}6 \cdot 1000 = 9813 \text{Kg/m}^2$$

$$P_G = P_{atm} + \gamma_{Hg}\Delta Z;\ P_G = 9813 + 13{,}6 \cdot 1000 \cdot (3\text{-}1{,}5) = 30213{,}5 \text{ Kg/m}^2$$

$$P_F = P_G$$

$$P_E = P_F - \gamma_{agua}\Delta Z;\ P_E = 30213{,}5 - 1 \cdot 1000 \cdot (2\text{-}1.5) = 28713{,}5 \text{ Kg/m}^2$$

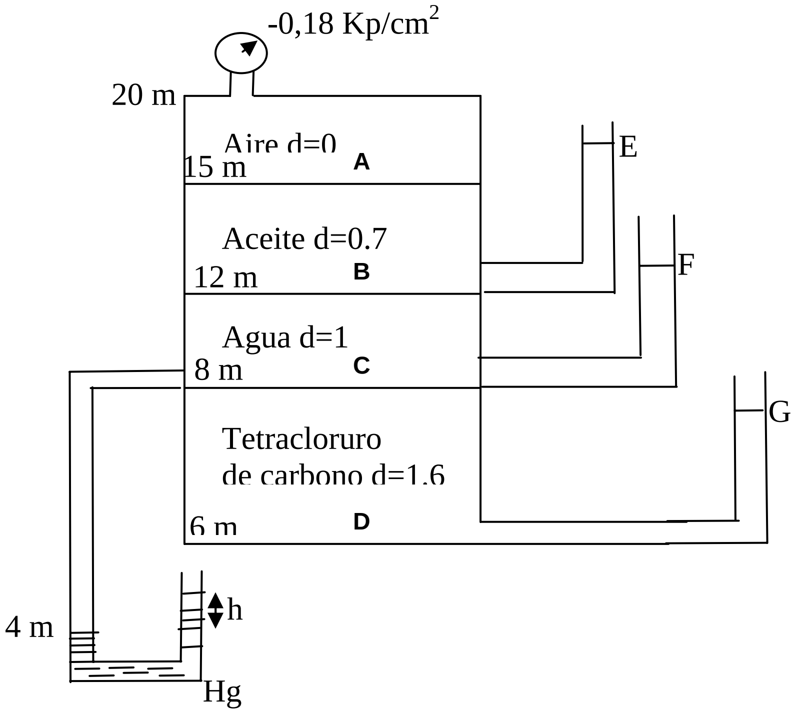
$$P_D = P_E$$

$$P_C = P_D + \gamma_{Hg}\Delta Z;\ P_C = 28713{,}5 + 13.6 \cdot 1000 \cdot (2\text{-}1) = 42313{,}5 \text{ Kg/m}^2$$

$$P_B = P_C$$

$$P_A = P_B - \gamma_{Agua}\Delta Z;\ P_A = 42313{,}5 - 1 \cdot 1000 \cdot (6\text{-}1) = 37313{,}5 \text{ Kg/m}^2 = 3{,}73 \text{ Kg /cm}^2$$

4. Para la lectura en A = -0,18 Kp/cm2. Calcular la elevación en las ramas abiertas de los piezómetros E, F y G y el valor de h sabiendo que el líquido es Kg.



Como el vacuómetro marca -0,18 Kgf / cm^2, esto quiere decir que la $P_{relativa}$ en 15m

$$P_{15m} = -\,0{,}18 \text{ Kgf / cm}^2 = -1800 \text{ Kgf / m}^2$$

$$P_{12} = P_{15} + \gamma_{aceite}\,\Delta Z = -1800 + 0{,}7 \cdot 1000 \cdot (15\text{-}12) = 300 \text{ Kgf / m}^2$$

$$P_8 = P_{12} + \gamma_{agua}\,\Delta Z = 300 + 1 \cdot 1000 \cdot (12\text{-}8) = 4300 \text{ Kgf / m}^2$$

$$P_6 = P_8 + \gamma_{TC}\,\Delta Z = 4300 + 1{,}6 \cdot 1000 \cdot (8\text{-}6) = 7500 \text{ Kgf / m}^2$$

$$P_E = 0 = P_{12} - \gamma_{TC}\,\Delta Z = 300 - 0{,}7 \cdot 1000 \cdot (Z_E - 12);\; Z_E = 12{,}43\text{m}$$

$$P_F = 0 = P_8 - \gamma_{TC}\,\Delta Z = 4300 - 1 \cdot 1000 \cdot (Z_F - 8);\; Z_F = 12{,}3\text{m}$$

$$P_G = 0 = P_6 + \gamma_{TC}\,\Delta Z = 7500 - 1{,}6 \cdot 1000 \cdot (Z_G - 6);\; Z_G = 10{,}68\text{m}$$

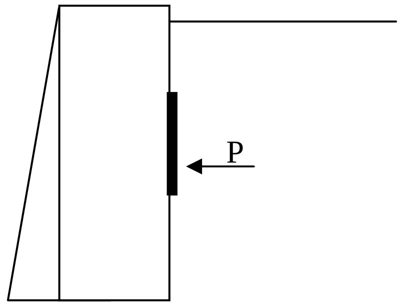
$$P_4 = P_8 - \gamma_{TC}\,\Delta Z = 4300 - 1 \cdot 1000 \cdot (8\text{-}4) = 8300 \text{ Kgf / m}^2$$

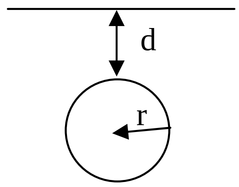
$$P_h = 0 = P_4 - \gamma_{TC}\,\Delta Z = 8300 - 13{,}6 \cdot 1000 \cdot (Z_h - 4);\ Z_h = 4{,}61$$

$$H = Z_h – Z4 = 4{,}61 – 4 = 0{,}61 \text{ m}$$

5. Calcular el empuje sobre una compuerta circular, de radio *r*, sumergida en agua a una profundidad *d* (desde su parte superior) y situada en un plano horizontal. Realizar los mismos cálculos para una compuerta rectangular de lados b·h.

Compuerta circular situada en un plano horizontal





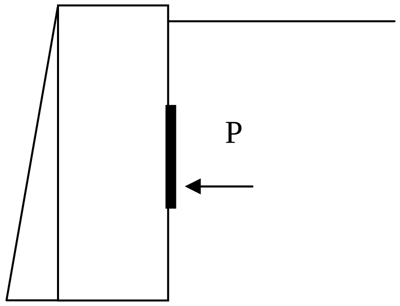
Aplicando la ecuación de empuje horizontal.

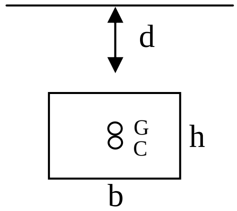
$$P_x = \gamma \cdot Z_{GX} \cdot S_X; \qquad P_x = \gamma \cdot (d+r) \cdot \pi r^2$$

La aplicación práctica sería.

$$X_C = Z_C = X_G + \frac{I_{YG}}{X_G \cdot S} = (d+r) + \frac{\frac{\pi r^4}{4}}{(d+r)\pi r^2}$$

Compuerta rectangular situada en un plano horizontal





Aplicando la ecuación de empuje horizontal.

$$P_x = \gamma \cdot Z_{GX} \cdot S_X; \qquad P_x = \gamma \cdot (d+h/2) \cdot b \cdot h$$

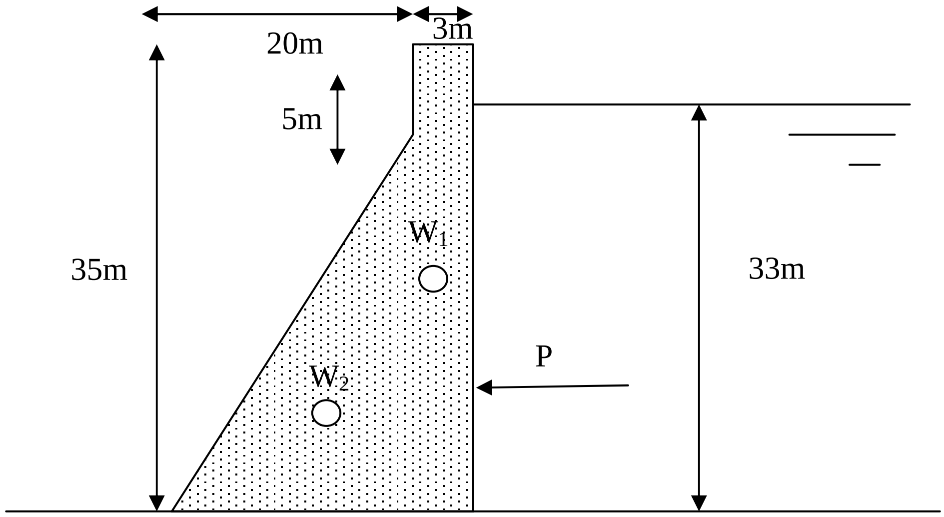
UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA
Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola
Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)
Tel. 968-325732 – Fax. 968-325732

La aplicación práctica sería en el centro de presiones

.

$$X_C = Z_C = X_G + \frac{I_{YG}}{X_G \cdot S} = (d+\frac{h}{2}) \quad \frac{b\frac{h^3}{12}}{(d+\frac{h}{2})bh}$$

6. La presa de gravedad de la figura se proyectó en hormigón en masa (ρ= 2300kg/m^3). Se quiere conocer con que coeficiente de estabilidad al vuelco ha sido diseñada y que coeficiente de rozamiento mínimo deberá ofrecer el terreno para que se produjera el deslizamiento de la estructura.



Primero determinamos como se define el coeficiente de estabilidad al vuelco

$$\text{Coeficiente de estabilidad} = \frac{\text{Momento Estabilizante}}{\text{Momento Vuelco}}$$

La presión que ejerce el agua sobre la presa es:

El empuje horizontal del agua contra la presa es:

$$E = P_G \cdot S = \gamma \cdot Z_G \cdot \text{Sen}90^\circ \cdot l \cdot S = \gamma \cdot \frac{h}{2} \cdot l \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot l \cdot h^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{\text{Kgf}}{\text{m}^3} \cdot 1 \cdot 33^2 = 544500 \frac{\text{Kgf}}{\text{mlineal}}$$

Para determinar el Momento Vuelco,

$$Mv = P \cdot d = P \cdot (h - Z_C) = 544500 \cdot (33 - \frac{2}{3}\, 33) = 5989500 \text{ Kgf m}$$

Para determinar el Momento de Estabilidad,

$$Me = W_1 d_1 + W_2 d_2 = 2300 \cdot (3 \cdot 35 \cdot 1) \cdot (20 + \frac{3}{2}) + 2300 \cdot (\frac{20 \cdot 30}{2}) \cdot (\frac{2}{3} 20) = 14392250 \text{ Kgf m}$$

$$Ce = \frac{143922250}{5989500} = 2{,}4$$; Comprobar en normativa

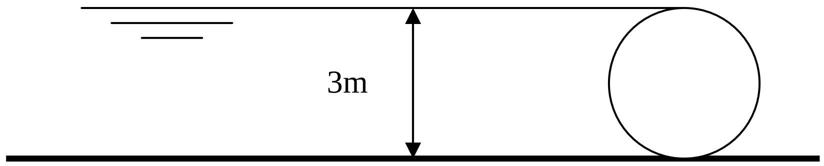
Para determinar el coeficiente de rozamiento mínimo, aplicamos la siguiente ecuación,

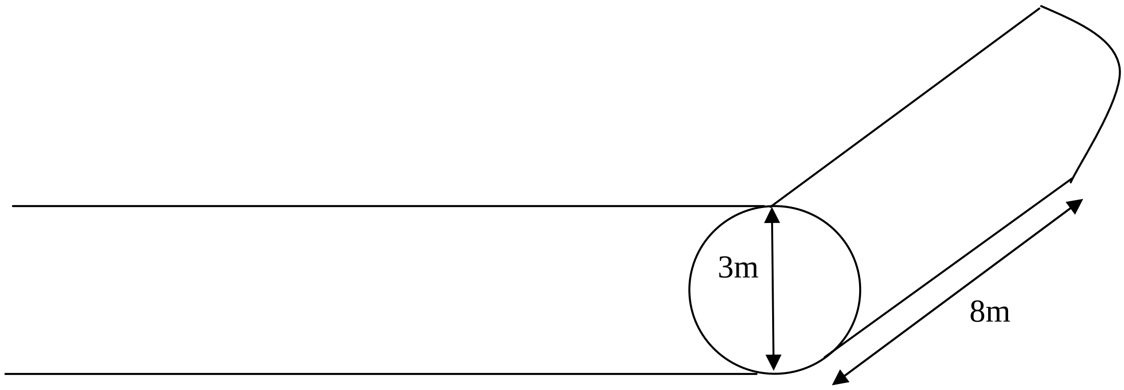
$$F = \mu W = P$$

$$544500 = \mu\, ((2300 \cdot 3 \cdot 35 \cdot 1) + (2300 \cdot 20 \cdot 30/2))$$

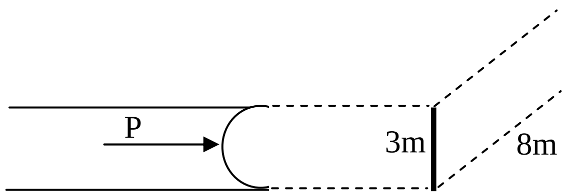
$$\mu = 0{,}585$$

7. Un cilindro de 3 m de diámetro y 8 m de longitud sirve de compuerta, soportando solamente por un lado un líquido de γ = 0,9 kg/litro que llega hasta su generatriz superior. Determinar la magnitud, dirección y el punto de aplicación de la fuerza hidrostática que actúa sobre el cilindro.





Como es un cilindro, soporta presiones tanto en el eje X como en el eje Y.



Según el Eje X;

$\rho = 0.9$ Kg/L $= 900$ Kg /m^3

$\gamma = \quad g \cdot \rho$

Aplicando la ecuación de empuje horizontal.

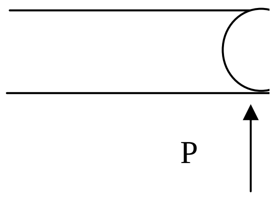
$$E_X = P_G \cdot S = \gamma \cdot Z_G \cdot S = \gamma \cdot \frac{h}{2} \cdot b \cdot h$$

$$900 \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 \cdot 8 = 32400 \text{ Kg}$$

¿Dónde estará el centro de presiones?

$$Y_C = Y_G + \frac{I_X}{I_G S} = 1{,}5 + \frac{\frac{8 \cdot 3^3}{12}}{1{,}5 \cdot 24} = 2m$$

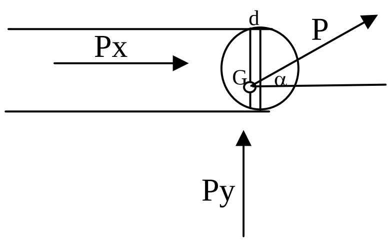
Según el Eje Y;



El empuje será igual a peso del volumen de agua desalojado.

$$Ey = \gamma \cdot V = 900 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 8 = 25447 \text{ Kg}$$

Unificando componentes,

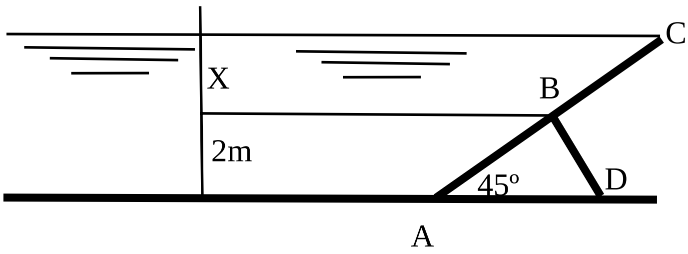


$$d = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4 \cdot 1{,}5}{3\pi} = 0{,}63m$$ Py pasa por el centro de gravedad

$$P = RAIZ\,(P_X^2 + P_Y^2) = 41198 \text{ Kg}$$

$$Tg\alpha = \frac{P_Y}{P_X} = 0{,}786; \quad \alpha = 38{,}2^o$$

8. Determinar la "X" de forma que la fuerza total sobre la barra BD sea de 8000 Kg si el ancho del canal es de 1,2 metros y la barra BD está articulada en B y D.



$$E = \gamma \cdot h_G \cdot Area$$

$$\text{hipotenusa} = \sqrt{(x+2)^2 + (x+2)^2} = \sqrt{2x^2 + 8x + 8}$$

$$8000 = E = 1000 \cdot \left(\frac{2+x}{2}\right) \cdot 1{,}2 \cdot \sqrt{2x^2 + 8x + 8}\ x$$

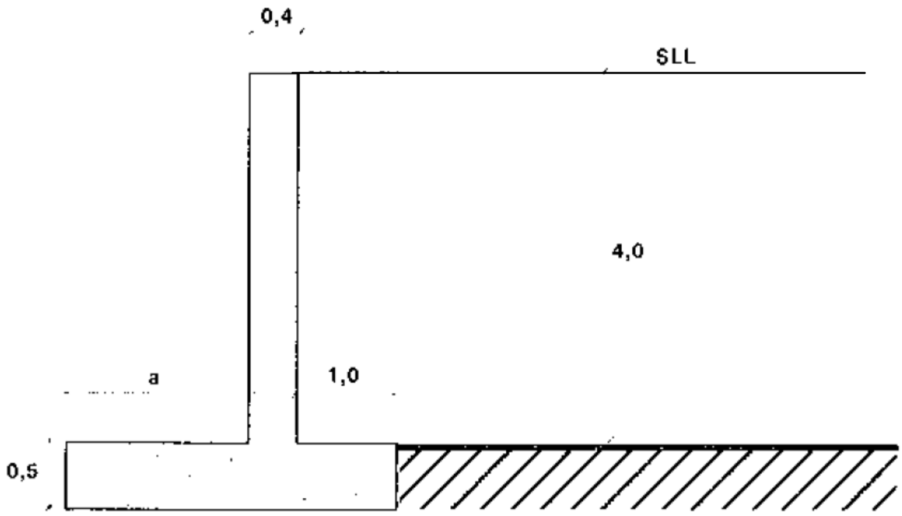
$$177 = 2X^4 + 16X^3 + 48X^2 + 64X + 32$$

$$X = 1{,}647\ m$$

Para determinar el centro de presiones

$$X_C = X_G + \frac{I_{YG}}{X_G \cdot S} = \left(\frac{1{,}647+2}{2}\right) + \frac{\frac{1{,}2 \cdot 5{,}13^3}{12}}{\left(\frac{2+1{,}647}{2}\right) \cdot (1{,}2 \cdot 5{,}15)} = 3{,}03m$$

9. Sea el dique de la figura, calcular la dimensión del talón para que la estructura sea estable frente a vuelco. Se adopta un coeficiente de seguridad, C_S = 1,5, siendo el material del dique hormigón armado con un peso específico, δ = 2500 Kg / m^3.



El momento de vuelco será el producto del empuje por la distancia entre el centro de presiones y la recta horizontal que pasa por el punto de giro. El empuje es:

$$E = \frac{1}{2}\cdot\gamma\cdot h^2 = 0{,}5\cdot 1000\cdot 4^2 = 8000 Kg/m$$

El momento de vuelco adoptará un valor de:

$$M_V = E\cdot\left(\frac{4}{3} + 0{,}5\right) = 14666{,}7 Kgm/mlineal$$

El momento de estabilidad será el sumatorio de los momentos de estabilidad correspondientes a las dos áreas simples que forman la geometría del dique más el debido a la resultante del empuje vertical sobre la superficie de la puntera en contacto con el agua.

$$M_E = W_1\cdot d_1 + W_2\cdot d_2 + E_2\cdot d_3$$

$$W_1 = 2500 \cdot 0{,}4 \cdot 4 \cdot 1 = 4000 \text{ Kg}$$

$$W_2 = 2500 \cdot 0{,}5 \cdot (1{,}4+a) = 1750 + 1250a)$$

$$M_E = 4000 \cdot (a + 0{,}2) + ((1750 + 1250a) \cdot (\frac{1{,}4 + a}{2})) + (1000 \cdot 4 \cdot (0{,}9 + a))$$

$$M_E = 4000a + 800 + 1225 + 875a + 875a + 625a^2 + 3600 + 4000a$$

$$M_E = 625a^2 + 9750a + 5625$$

$$Cs \cdot M_V = M_E$$

$$1{,}5 \cdot 14666{,}7 = 625a^2 + 9750a + 5625$$

$$a>1{,}53 \text{ m}$$