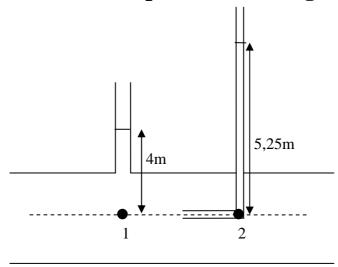
Problemas Tema 4

1. ¿Cuál será el caudal que circula por una tubería de 0,505 m de diámetro y es detectado por el punto de Pitot de la figura? No considerar pérdidas de carga.



¿Y si en el punto 1 colocamos un manómetro y mide 50 kPa?

Para conocer el caudal que circula por el punto 2, es necesario determinar la velocidad a la que se mueve el fluido. Para ello aplicamos Bernoulli.

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$0+4+\frac{v_1^2}{2g}=0+5,25+0;$$

$$v_1 = \sqrt{(5,25-4)\cdot 2g}$$



ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)

Tel. 968-325732 – Fax. 968-325732

$$v_1 = 4,95 \text{ms}^{-1}$$

Como el $Q = v \cdot S$, donde v es la velocidad y S es la sección,

$$Q = 4.95 \cdot \frac{\pi D^2}{4} = 4.95 \cdot \frac{\pi \cdot 0.505^2}{4} = 1 \text{m}^3 \text{s}^{-1}$$

Si en el punto 1 se coloca un manómetro y mide 50 kPa,

$$X = 5,099 \text{ mca}$$

Aplicando Bernolulli,

$$0 + 5,09 + \frac{v_1^2}{2g} = 0 + 5,25 + 0$$

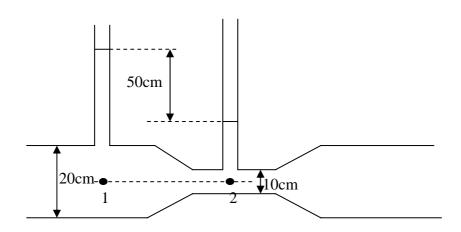
$$v_1 = \sqrt{(5,250 - 5,099) \cdot 2g} = 1,72 \text{ms}^{-1}$$

$$Q = 1,72 \cdot \frac{\pi D^2}{4} = 1,72 \cdot \frac{\pi \cdot 0,505^2}{4} = 0,344 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$



Edificio Minas, P° Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)
Tel. 968-325732 – Fax. 968-325732

2. ¿Qué caudal de agua pasa por un Venturi de 10 cm de diámetro colocado en un tubo de 20 cm de diámetro si la diferencia de altura entre los tubos piezométricos colocados es de 50 cm? No considerar perdidas de carga.



Aplicando Bernoulli y la ecuación de la continuidad,

$$z_{1} + \frac{P_{1}}{\gamma} + \frac{v_{1}^{2}}{2g} = z_{2} + \frac{P_{2}}{\gamma} + \frac{v_{2}^{2}}{2g}$$
$$V_{1} \cdot S_{1} = V_{2} \cdot S_{2}$$

$$0 + \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = 0 + \frac{v_2^2}{2g}; \quad 0 + 0.5 + \frac{v_1^2}{2g} = 0 + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$V_1 \cdot \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} = V_2 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4}; \quad V_1 \cdot D_1^2 = V_2 \cdot D_2^2; \quad V_1 \cdot 0.04 = V_2 \cdot 0.01$$

ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)

Tel. 968-325732 – Fax. 968-325732

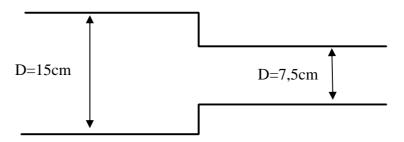
$$V_2 = 4V_1$$

$$0.5 = \frac{16V_1^2 - V_1^2}{2g};$$

$$V1 = 0.808 \text{ms}^{-1}$$

$$Q_1 = Q_2 = V_1 \cdot S_1 = 0.808 \cdot \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} = 0.0253 \text{m}^3 \text{s}^{-1} = 25.31 \text{s}^{-1}$$

3. A través de una tubería horizontal de 15 cm de diámetro fluye agua a una presión de 4,20 Kgf/cm². Suponiendo que no hayan pérdidas, calcular cuál es el caudal que circula si en una reducción al diámetro 7,5 cm la presión del agua para a ser de 1,40 Kgf/cm²



Presentamos las dos ecuaciones que conocemos, Bernoulli y continuidad

$$z_{1} + \frac{P_{1}}{\gamma} + \frac{v_{1}^{2}}{2g} = z_{2} + \frac{P_{2}}{\gamma} + \frac{v_{2}^{2}}{2g}$$
$$V_{1} \cdot S_{1} = V_{2} \cdot S_{2}$$

En ambas ecuaciones conocemos todos los términos excepto las velocidades. Si despejamos las velocidades seremos capaces de conocer el caudal.

Como queremos trabajar en metros, tenemos que cambiar las unidades de las presiones

$$P_1 = 4,20 \text{ Kgf/cm}^2 = 42000 \text{Kgf m}^{-2}$$

 $P_2 = 1,40 \text{ Kgf/cm}^2 = 14000 \text{Kgf m}^{-2}$



Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola Edificio Minas, Po Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)

$$0 + \frac{42000}{1000} + \frac{v_1^2}{2g} = 0 + \frac{14000}{1000} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$V_1 \cdot \frac{\pi \cdot 0.15^2}{4} = V_2 \cdot \frac{\pi \cdot 0.075^2}{4}; \quad V_1 \cdot 0.017 = V_2 \cdot 0.0044;$$

 $V_1 = 0.25V_2$

$$\frac{42000}{1000} + \frac{(0,25V_2)^2}{2g} = \frac{14000}{1000} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$42 - 14 = 0.51V_2^2 - 0.0032V_2^2$$

$$28 = 0.0477 V_2^2$$

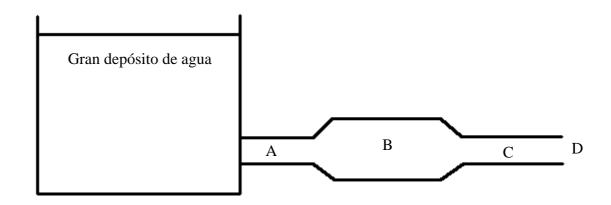
$$V_2 = \sqrt{\frac{28}{0,0477}} = 24,207 \,\mathrm{ms}^{-1}$$

$$V_1 = 0.25 \cdot 24.207 = 6.05 \text{ m s}^{-1}$$

$$Q_{15} = Q_{7,5} = V_1 \cdot S_1 = 6.05 \cdot \frac{\pi \cdot 0.15^2}{4} = 0.1068 \text{ m}^3 \text{s}^{-1}.$$

4. De un gran depósito de agua, cuyo nivel se mantiene constante fluye agua que circula por los conductos de la figura hasta salir por la abertura D, que está abierta al aire. La diferencia de presión entre los puntos A y B es P_B - P_A = 500 Pa. Sabiendo que las secciones de los diferentes tramos de la conducción son S_A = S_C = 10 cm² y S_B =20 cm², calcular las velocidades y las presiones del agua en los puntos A, B, C, de la conducción.

La presión en C es igual a 105000 Pa. Se desprecian pérdidas de carga.



 $Patm = 105000Pa = 10758,29Kgf/m^2$

Presentamos las dos ecuaciones que conocemos, Bernoulli y continuidad

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{S}_1 = \mathbf{V}_2 \cdot \mathbf{S}_2$$

Como vamos a trabajar en Kgf/m², transformamos todas las unidades a Kgf/m².

$$P_B - P_A = 500 \text{ Pa} = 50,98 \text{ Kgf m}^{-2}$$

$$S_A = S_C = 10 \text{ cm}^2 = 0,001 \text{ m}^2$$

 $S_B = 20 \text{ cm}^2 = 0,002 \text{ m}^2$

Aplicando Bernoulli entre A y B,

$$0 + \frac{P_{A}}{\gamma} + \frac{v_{A}^{2}}{2g} = 0 + \frac{P_{B}}{\gamma} + \frac{v_{B}^{2}}{2g}; \qquad \frac{v_{A}^{2}}{2g} - \frac{v_{B}^{2}}{2g} = \frac{P_{B}}{\gamma} - \frac{P_{A}}{\gamma}$$

$$\frac{v_{A-}^2 v_B^2}{2g} = \frac{P_B - P_A}{\gamma}; \qquad \frac{v_{A-}^2 v_B^2}{2g} = \frac{50,98}{1000}$$

Aplicando continuidad entre A y B,

$$V_A \cdot 0,001 = V_B \cdot 0,002$$

$$V_A = 2V_B$$

Sustituyendo en la ecuación de Bernoulli

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN) Tel. 968-325732 – Fax. 968-325732

$$\frac{\left(2v_{\rm B}\right)^2 - v_{\rm B}^2}{2g} = \frac{50,98}{1000};$$

$$v_B = 0.577 \text{ms}^{-1}$$

$$v_{A} = 1.15 \text{ms}^{-1}$$

Como la sección en A y en C es la misma, la velocidad también es la misma.

$$0 + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} = 0 + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{v_C^2}{2g}; \quad 0 + \frac{P_A}{1000} + \frac{1,15^2}{2g} = 0 + \frac{P_C}{1000} + \frac{1,15^2}{2g}$$

$$\frac{P_{A}}{1000} = \frac{P_{C}}{1000}$$

Para determinar la P_B, hacemos Bernoulli entre A y B

ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN) Tel. 968-325732 - Fax. 968-325732

$$0 + \frac{P_{A}}{\gamma} + \frac{v_{A}^{2}}{2g} = 0 + \frac{P_{B}}{\gamma} + \frac{v_{B}^{2}}{2g}$$

$$\frac{10758,29}{1000} + \frac{1,15^2}{2g} = 0 + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{0,577^2}{2g}$$

$$\frac{P_{\rm B}}{\gamma} = \frac{10758,29}{1000} + \frac{1,15^2}{2g} - \frac{0,577^2}{2g} =$$

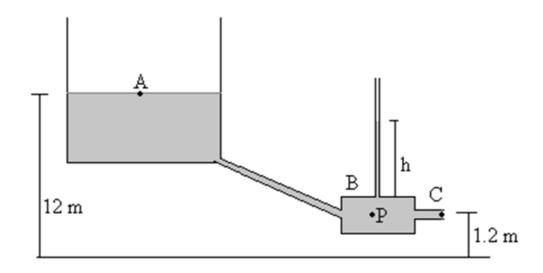
$$\frac{P_B}{\gamma}$$
 = 10,808mca = 10808Kgfm⁻²



- 5. Del depósito A de la figura sale agua continuamente pasando través de depósito cilíndrico B por el orificio C. El nivel de agua en A se supone constante, a una altura de 12 m sobre el suelo. La altura del orificio C es de 1.2 m. El radio del depósito cilíndrico B es 10 cm y la del orificio C, 4 cm. Calcular:
- a) La velocidad del agua que sale por el orificio C.
- b) La presión del agua en el punto P depósito pequeño B
- c) La altura h del agua en el manómetro abierto vertical.

Dato: la presión atmosférica es 101293 Pa.

No considerar las pérdidas de carga.



a) Aplicamos Bernoulli en dos puntos donde conozcamos todas las incógnitas menos una (entre A y C).

$z_{A} + \frac{P_{A}}{\gamma} + \frac{v_{A}^{2}}{2g} = z_{C} + \frac{P_{C}}{\gamma} + \frac{v_{C}^{2}}{2g}$ $12 + 0 + 0 = 1.2 + 0 + \frac{v_C^2}{2g}$ $v_C = 14,54 \text{ms}^{-1}$

b) Para calcular la presión en B, hacemos Bernoulli entre B y C.

$$z_{B} + \frac{P_{B}}{\gamma} + \frac{v_{B}^{2}}{2g} = z_{C} + \frac{P_{C}}{\gamma} + \frac{v_{C}^{2}}{2g}$$

$$1.2 + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} = 1.2 + 0 + \frac{14,54^2}{2g}$$

Como tenemos dos incógnitas, aplicamos la ecuación de la continuidad entre B y C

$V_R \cdot S_R = V_C \cdot S_C$

$$V_B \cdot \pi \cdot 0.1^2 = 14.54 \cdot \pi \cdot 0.04^2$$

$$V_{\rm B} = 2.33 {\rm ms}^{-1}$$

Sustituyendo en la ecuación anterior de Bernoulli,

$$1.2 + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{2,33^2}{2g} = 1.2 + 0 + \frac{14,54^2}{2g}$$
$$\frac{P_B}{\gamma} = 10,5$$
mca

$$P_{B} = P_{atm} + \gamma \cdot h;$$

$$P_{\rm B} = 0 + \gamma \cdot h;$$

$$h = \frac{P_B}{\gamma} = 10,5 mca$$



6. Determinar el módulo y la línea de acción de la fuerza hidrodinámica que actúa sobre un codo situado en un plano vertical según se indica en la figura:

 $D_1 = 150 \text{ mm}$

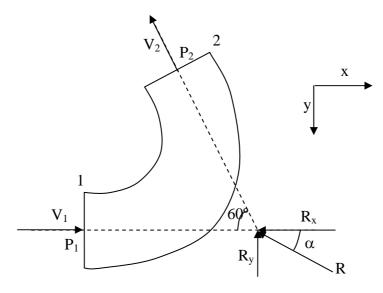
Se desprecia el peso del agua contenida

 $D_2 = 150 \text{ mm}$

en el codo $Q = 0.026 \text{ m}^3/\text{s}$

 $p_1 = 30 \text{ m.c.a.}$

 $z_2-z_1=20$ cm



$$\Sigma F = \rho Q (V_2 - V_1)$$

Es necesario descomponer las fuerzas según ejes:

Eje X;

$$P_1 \cdot S_1 + P_2 \cdot Cos60 \cdot S_2 - Rx = \rho Q (-V_2 Cos60 - V_1)$$

Vamos a trabajar en Pa (Nm⁻²). Por tanto $P_1 = 30 \text{ mca} = 294300$ Pa y $P_2 = P_1 - 0.20 = 29.80 \text{ mca} = 292338 \text{ Pa}.$

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA



ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola Edificio Minas, Po Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)

$$294300 \cdot \frac{\pi \cdot D^{2}}{4} + 292338 \cdot Cos60 \cdot \frac{\pi \cdot D^{2}}{4} - Rx = 1000 \cdot 0,026 \cdot (-\frac{Q_{2}}{S_{2}} \cdot Cos60 - \frac{Q_{1}}{S_{1}})$$

$$294300 \cdot \frac{\pi \cdot 0,15^{2}}{4} + 292338 \cdot \text{Cos}60 \cdot \frac{\pi \cdot 0,15^{2}}{4} - \text{Rx} = 1000 \cdot 0,026 \cdot (-\frac{0,026}{\underline{\pi \cdot 0,15^{2}}} \cdot \text{Cos}60 - \frac{0,026}{\underline{\pi \cdot 0,15^{2}}})$$

$$R_{x} = 7809N$$

Eje Y;

$$P_1 \cdot S_1 + P_2 \cdot Sen60 \cdot S_2 - Ry = \delta Q (-V_2 Sen60 - V_1)$$

$$0 + 292338 \cdot \text{Sen} 60 \cdot \frac{\pi \cdot \text{D}^2}{4} - \text{Ry} = 1000 \cdot 0,026 \cdot (-\frac{\text{Q}_2}{\text{S}_2} \cdot \text{Sen} 60 - 0)$$

$$0 + 292338 \cdot \text{Sen} 60 \cdot \frac{\pi \cdot 0.15^{2}}{4} - \text{Ry} = 1000 \cdot 0.026 \cdot \left(-\frac{0.026}{\frac{\pi \cdot 0.15^{2}}{4}} \cdot \text{Sen} 60 - 0\right)$$

$$R_{v} = 4489N$$

$$R = \sqrt{Rx^2 + Ry^2}$$

$$R = 9007,7 N$$

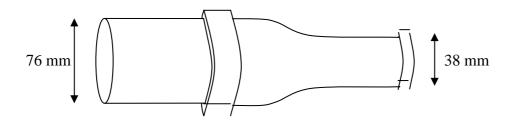
$$Tg\alpha = Ry/Rx = 4489/7809 = 0,575$$

$$\alpha = 29,89$$

Tel. 968-325732 - Fax. 968-325732



7. La figura representa la boca de un cañón de riego o enrollador. La manguera tiene un diámetro interior de 76 mm y la boquilla produce en chorro de 38 mm de diámetro. Determinar la fuerza longitudinal en Newtons que debe aguantar la junta situada en la base de la boca del cañón si el caudal de diseño es de 1135 l/min.



$$D_{manguera} = 76 \text{ mm} = 0,076 \text{ m}$$

 $D_{boquilla} = 38 \text{ mm} = 0,038 \text{ m}$
 $Q = 1135 \text{ l/min} = 0,0189 \text{ m}^3/\text{s}$

Como sabemos, $Q = V \cdot S$;

$$V_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{0.0189}{\frac{\pi \cdot 0.076^2}{4}} = 4.16 \text{ms}^{-1}$$

$$V_{21} = \frac{Q}{S2} = \frac{0.0189}{\frac{\pi \cdot 0.038^2}{4}} = 16.6 \text{ms}^{-1}$$

Aplicando Bernoulli

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$0 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{4,16^2}{2g} = 0 + 0 + \frac{16,6^2}{2g}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = 13,16$$
mca

$$P_1 = 129079,67 Pa$$

Además,

$$\sum F = \rho \ Q \ (V_2 - V_1)$$

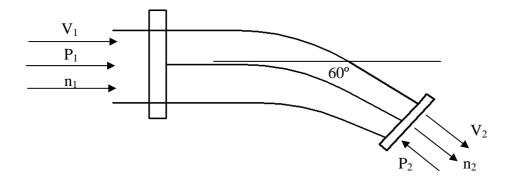
$$P_1 \cdot S_1 - P_2 \cdot S_2 - Rx = \rho Q (V_2 - V_1)$$

$$129079,67 \cdot \frac{\pi \cdot 0,0762}{4} - Rx = 1000 \cdot 0,0189 \cdot (16,66 - 4,16)$$

$$Rx = 353,9 N$$

8. Sea un codo horizontal de 60° que además reduce la tubería de 300 mm de diámetro a 150 mm de diámetro por el que circula un caudal de 1800 l min⁻¹ y en el que la $P_1 = 2$ atm. Calcular la fuerza a la que está sometida la brida del codo y que se transmite al anclaje.

Despreciar la diferencia de cota entre 1 y 2



Sabiendo el caudal y la sección determinamos las velocidades en los puntos 1 y 2.

Q = V · S; V = Q / S;

$$V_{1} = \frac{1800/1000/60}{\frac{\pi \cdot 0.3^{2}}{4}} = 0.42 \text{ms}^{-1}$$

$$V_2 = \frac{1800/1000/60}{\frac{\pi \cdot 0,15^2}{4}} = 1,76 \text{ms}^{-1}$$

Aplicamos Bernoulli para calcular la presión en 2.



ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola Edificio Minas, Po Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)

$$z_{1} + \frac{P_{1}}{\gamma} + \frac{v_{1}^{2}}{2g} = z_{2} + \frac{P_{2}}{\gamma} + \frac{v_{2}^{2}}{2g}$$

$$0 + \frac{202674.6}{9810} + \frac{0.42^{2}}{2g} = 0 + \frac{P_{2}}{9810} + \frac{1.76^{2}}{2g}$$

$$P_{2} = 201301.2 \text{ Pa}$$

$$\sum F = \rho \ Q \ (V_2 - V_1)$$

$$P_1 \cdot S_1 - P_2 \cdot S_2 - Rx = \rho Q (V_2 - V_1)$$

Eje X;

$$202674.6 \cdot \frac{\pi \cdot 0.3^{2}}{4} - 201301.2 \cdot \cos 60 \cdot \frac{\pi \cdot 0.15^{2}}{4} - Rx = 1000 * \frac{1800}{1000 \cdot 60} * (1.76 \cdot \cos 60 - 0.42)$$

$$12477,16 - Rx = 13,8; Rx = 12463,36N$$

Eje Y

$$-201301, 2 \cdot Sen60 \cdot \frac{\pi \cdot 0, 15^{2}}{4} - Ry = 1000 \cdot \frac{1800}{1000 \cdot 60} \cdot 1,76 \cdot Sen60$$

$$Ry = 2918,9N$$

$$R = \sqrt{12463,36^2 + 2918,9^2}$$
; $R = 12800,6$ N

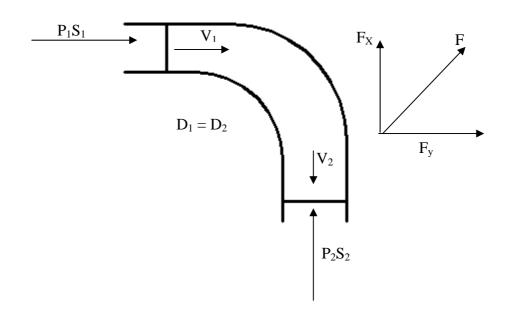
$$Tg\alpha = \frac{2918,9}{12463,36} = 0,234; \alpha = 13,18^{\circ}$$

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA



ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN) Tel. 968-325732 - Fax. 968-325732

- 9. Calcular la fuerza resultante que se ejercerá sobre la pared exterior del codo de 90° de 250 mm de diámetro interior bajo las siguientes hipótesis
 - a) La velocidad media de circulación del fluido es de 1ms⁻¹, siendo la presión a la entrada del codo de 1,2MPa.
 - b) El caudal circulante por el codo es nulo, siendo la presión hidrostática a la entrada del mismo 1,8 MPa.



Hipótesis a)

Como la velocidad del fluido es 1ms⁻¹, podemos calcular el caudal que circula.

$$Q = V \cdot S = 1 \cdot \pi \cdot 0,125^2 = 0,0491 \text{m}^3 \text{s}^{-1}$$

$$P1 = 1.2 \text{ MPa} = 1200000 \text{ Pa} = 122369 \text{ kgfm}^{-2}$$

Para conocer la presión en 2, aplicamos Bernoulli entre 1 y 2,

$$z_{1} + \frac{P_{1}}{\gamma} + \frac{v_{1}^{2}}{2g} = z_{2} + \frac{P_{2}}{\gamma} + \frac{v_{2}^{2}}{2g}$$

$$0 + \frac{122369}{1000} + \frac{1^{2}}{2 \cdot g} = 0 + \frac{P_{2}}{\gamma} + \frac{1^{2}}{2 \cdot g}$$

$$P_{1} = P_{2} = 122369 kg fm^{-2}$$

Tenemos que calcular las componentes de la fuerza en sentido X e Y.

$$\sum F = \rho \ Q \ (V_2 - V_1)$$

$$P_1 \cdot S_1 - P_2 \cdot S_2 - Rx = \rho Q (V_2 - V_1)$$

Eje X;

$$122369 \cdot \frac{\pi \cdot 0.25^{2}}{4} - 122369 \cdot \cos 90 \cdot \frac{\pi \cdot 0.0.25^{2}}{4} - Rx = 1000 \cdot 0.0491 \cdot (1 \cdot \cos 90 - 1)$$

$$R_x = 5954,7 \text{Kgf}$$

Eje Y;

$$0 - 122369 \cdot \frac{\pi \cdot 0.0.25^{2}}{4} - \text{Ry} = 1000 \cdot 0.0491 \cdot (1 - 0)$$

$$R_y = 5954,7 Kgf$$

Rx y Ry son iguales porque la sección y la velocidad son constantes a lo largo del codo. La resultante será

$$F = \sqrt{Rx^2 + Ry^2} = \sqrt{5954,7^2 + 5954,72^2} = 8421Kgf.$$

Hipótesis b)

$$P_1 = 1.8 \text{ MPa} = 1800000 \text{ Pa} = 183553 \text{ kgfm}^{-2}$$

En hidrostática,

$$\sum F = 0$$

$$P_1 \cdot S_1 - P_2 \cdot S_2 = Rx$$

Eje X;

$$183553 \cdot \frac{\pi \cdot 0.25^{2}}{4} - 183553 \cdot \cos 90 \cdot \frac{\pi \cdot 0.25^{2}}{4} = Rx$$

$$Rx = 9005,5Kgf$$

Eje Y;

$$-183553 \cdot \frac{\pi \cdot 0.25^2}{4} = \text{Ry}$$

$$Ry = 9005,5Kgf$$

$$F = \sqrt{Rx^2 + Ry^2} = \sqrt{9005,5^2 + 9005,5^2} = 12736Kgf.$$



UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA

TEMA 4. DINÁMICA PROBLEMAS RESUELTOS

ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN) Tel. 968-325732 - Fax. 968-325732

$$Tg\alpha = \frac{Ry}{Rx} = \frac{9005,5}{9005,5} = 1$$

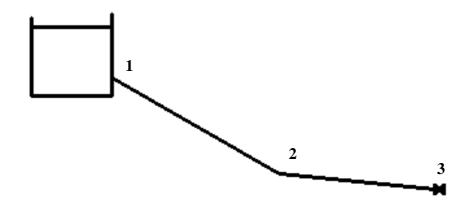
$$\alpha = 45^{\circ}$$

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA



Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola Edificio Minas, Po Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN) Tel. 968-325732 - Fax. 968-325732

- 10. Sea la instalación hidráulica de la figura, compuesta de un depósito de cabecera cuya solera se encuentra a una cota de 200 metros sobre un plano de referencia, una tubería con dos tramos I y II de diámetros D₁ y D₂, y de longitud para el tramo I (entre los puntos 1 y 2) de 1200 m, y 2200 m para el tramo II entre los puntos 2 y 3, por último una válvula de regulación situada a una cota de 145 m. Si el punto 2 se encuentra a una cota de 150 m y la altura de la lámina de agua en el depósito sobre la solera es de 4 m se pide:
- a) Si las pérdidas de carga unitarias en los tramos de tubería considerados son de J_1 = 0,006 y J_2 = 0,02. Calcular para el caudal circulante, la presión resultante en los puntos 2 y 3.
- b) cuando el caudal circulante sea nulo, calcular las presiones resultantes en los puntos 2 y 3.
- c) Si la pérdida de carga unitaria en el tramo I es siempre la mitad de la pérdida de carga unitaria en el tramo II, que valor alcanzará cuando la válvula situada en el punto 3 esté abierta.



a) En primer lugar calculamos las pérdidas de carga continuas que se producen en cada tramo.



$h_1 = J_1 \cdot L_1 = 0,006 \cdot 1200 = 7,2 \text{ mca}$ $h_2 = J_2 \cdot L_2 = 0,02 \cdot 2200 = 44 \text{ mca}$

La presión resultante en el nudo 2 se obtiene aplicando el teorema de Bernoulli entre 1 y 2

$$z_{1} + \frac{P_{1}}{\gamma} + \frac{v_{1}^{2}}{2g} = z_{2} + \frac{P_{2}}{\gamma} + \frac{v_{2}^{2}}{2g} + h_{c1}$$

$$\frac{P_{2}}{\gamma} = \frac{P_{1}}{\gamma} + z_{1} - z_{2} - h_{c1} = 4 + 200 - 150 - 7, 2 = 46,8mca$$

La presión resultante en el nudo 3 se obtiene de forma análoga, pero aplicando Bernoulli entre 2 y 3.

$$z_{2} + \frac{P_{2}}{\gamma} + \frac{v_{2}^{2}}{2g} = z_{3} + \frac{P_{3}}{\gamma} + \frac{v_{3}^{2}}{2g} + h_{c2}$$

$$\frac{P_{3}}{\gamma} = \frac{P_{2}}{\gamma} + z_{2} - z_{3} - h_{c2} = 46.8 + 150 - 145 - 44 = 7.8 \text{mca}$$

b)

La presión resultante en los puntos 2 y 3 se calcula de forma análoga a la anterior, pero con la única diferencia que cuando el caudal sea nulo la pérdidas de carga serán nulas en ambos tramos.

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)

Tel. 968-325732 - Fax. 968-325732

$z_{1} + \frac{P_{1}}{\gamma} + \frac{v_{1}^{2}}{2g} = z_{2} + \frac{P_{2}}{\gamma} + \frac{v_{2}^{2}}{2g} + h_{c1}$ $\frac{P_{2}}{\gamma} = \frac{P_{1}}{\gamma} + z_{1} - z_{2} = 4 + 200 - 150 = 54$ mca

$$z_{2} + \frac{P_{2}}{\gamma} + \frac{v_{2}^{2}}{2g} = z_{3} + \frac{P_{3}}{\gamma} + \frac{v_{3}^{2}}{2g}$$

$$\frac{P_{3}}{\gamma} = \frac{P_{2}}{\gamma} + z_{2} - z_{3} = 46.8 + 150 - 145 = 59$$
mca

c)

Cuando la válvula esté totalmente abierta, la presión resultante en 3 será igual a la atmosférica. Por tanto, en términos relativos, será nula. Aplicando el teorema de Bernoulli entre 1 y 3 se obtiene la pérdida de carga continua que se producirá.

$$z_{1} + \frac{P_{1}}{\gamma} + \frac{v_{1}^{2}}{2g} = z_{3} + \frac{P_{3}}{\gamma} + \frac{v_{3}^{2}}{2g} + h_{c13}$$

$$200 + 4 + 0 = 145 + 0 + 0 + h_{c13}$$

$$h_{c13} = 200 - 145 + 4 = 59$$
mca

La pérdida de carga de cada tramo será igual a la suma de la que se produce en cada tramo. Por tanto:

$$h_{c1}+h_{c2}=h_{c13}$$
 $J_1\cdot L_1+J_2\cdot L_2=59mca$



Como $J_1 = J_2/2$, sustituyendo en la ecuación anterior y despejando de J₂ se obtiene:

$$J_2 = \frac{59}{\frac{L_1}{2} + L_2} = \frac{59}{600 + 2200} = 0,02107$$

$$J_1 = \frac{J_2}{2} = 0.015$$

11. Para los siguientes caudales y presiones nominales, diseñar las tuberías que podríamos utilizar. Suponer velocidad = 1,5 ms⁻¹

$$\begin{array}{lll} a) \ Q = 180 \ m^3/h & P_N = 1,5 \ Kgf/cm^2 \\ b) \ Q = 100 \ l/s & P_N = 7 \ bar \\ c) \ Q = 900 \ m^3/h & P_N = 6,5 \ atm \\ d) \ Q = 700 \ l/s & P_N = 120 \ mca \end{array}$$

$$P_N = 1.5 \text{ Kgf/cm}^2$$

b)
$$O = 100 l/s$$

$$P_N = 7$$
 bar

c)
$$O = 900 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$P_N = 6.5$$
 atm

d)
$$Q = 700 l/s$$

$$P_N = 120 \text{ mca}$$

a)

$$Q = V \cdot S = V \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$\frac{180}{3600} = 1,5 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$D = 0.206m = 206mm$$

PVC 0,4Mpa 250 (240,2).

Al variar el diámetro, variamos el caudal.

$$Q = V \cdot S = V \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$Q = 1.5 \cdot \frac{\pi \cdot 0.2402^2}{4}$$

$$Q = 1.5 \cdot \frac{\pi \cdot 0.2402^2}{4}$$

$$Q = 0.067 \text{ m} 3\text{s}^{-1}$$

b)
$$Q = V \cdot S = V \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$
$$\frac{100}{1000} = 1.5 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$D = 0.291m = 291mm$$

Para una presión nominal de 7 bar = 7 atm = $7,231 \text{ kgf cm}^{-2}$ = 72,31 mca = 686447 Pa

PVC 1Mpa 355 (328.5).

Al variar el diámetro, variamos el caudal.



$Q = V \cdot S = V \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$

$$Q = 1.5 \cdot \frac{\pi \cdot 0.3285^2}{4}$$

$$Q = 0.127 \text{m}^3 \text{s}^{-1}$$

O bien podemos instalar una tubería de PRFV

PRFV 10bar 300

Al variar el diámetro, variamos el caudal.

$$Q = V \cdot S = V \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$Q = 1.5 \cdot \frac{\pi \cdot 0.3^2}{4}$$

$$Q = 0.106 \text{m} 3 \text{s}^{-1}$$

c)

$$Q = V \cdot S = V \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$\frac{900}{3600} = 1.5 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$D = 0.460 \text{m} = 460 \text{mm}$$

$6.5 \text{ atm} = 6.5 \text{ bar} = 6.7145 \text{ kgf cm}^{-2} = 67.145 \text{ mca} = 658450 \text{ Pa}$

PVC 1Mpa 500 (467,6).

Al variar el diámetro, variamos el caudal.

$$Q = V \cdot S = V \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$Q = 1.5 \cdot \frac{\pi \cdot 0.4676^2}{4}$$

$$Q = 0.257 \text{m}^3 \text{s}^{-1}$$

O bien

PRFV 10bar 500

Al variar el diámetro, variamos el caudal.

$$Q = V \cdot S = V \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$Q = 1.5 \cdot \frac{\pi \cdot 0.5^2}{4}$$

$$Q = 0.294 \text{m}^3 \text{s}^{-1}$$

d)

$$Q = V \cdot S = V \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$
$$\frac{700}{1000} = 1.5 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$D = 0.406m = 406mm$$

Para una presión nominal de $120 \text{ mca} = 11,61 \text{ bar} = 11,61 \text{ atm} = 12 \text{ kgf cm}^{-2} = 1176766,7 \text{ Pa}$

ACERO A 450

Al variar el diámetro, variamos el caudal.

$$Q = V \cdot S = V \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$Q = 1.5 \cdot \frac{\pi \cdot 0.450^2}{4}$$

$$Q = 0.238 \text{m}^3 \text{s}^{-1}$$

O bien podemos instalar una tubería de

PVC 1,6Mpa 500 (461,4)

Al variar el diámetro, variamos el caudal.

Tel. 968-325732 - Fax. 968-325732



 $Q = V \cdot S = V \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$

$$Q = 1.5 \cdot \frac{\pi \cdot 0.4614^2}{4}$$

$$Q = 0.25 \, \text{lm}^3 \text{s}^{-1}$$

O bien podemos instalar una tubería de PRFV 16bar 450

$$Q = V \cdot S = V \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$Q = 1.5 \cdot \frac{\pi \cdot 0.450^2}{4}$$

$$Q = 0.238 \text{m}^3 \text{s}^{-1}$$