VI. PÉRDIDAS DE CARGA EN TUBERÍAS

RÉGIMEN LAMINAR

Tubería horizontal de longitud L, con un caudal en régimen laminar con movimiento permanente y uniforme:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_r$$

$$h_r = J \cdot L = \frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \frac{\Delta P}{\gamma}$$

Conociendo analíticamente que:

$$V = \frac{\Delta P}{8 \cdot L \cdot \mu} \cdot r^2$$

Se obtiene:

$$h_r = \frac{\Delta P}{\gamma} = \frac{8 \cdot L \cdot \mu}{g \cdot \rho \cdot r^2} \cdot V = \frac{32 \cdot L \cdot \upsilon}{g \cdot D^2} \cdot V = \frac{32 \cdot L \cdot \upsilon}{g \cdot V \cdot D \cdot D} \cdot V^2 = \frac{32 \cdot L}{g \cdot \mathrm{Re} \cdot D} \cdot V^2 = \frac{64}{\mathrm{Re}} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

Ecuación denominada de HAGEN POISEUILLE.

Al cociente:

$$f = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

se le denomina **coeficiente de fricción**, quedando:

$$h_r = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

y la pérdida de carga unitaria J como:

$$J = \frac{h_r}{L} = f \cdot \frac{1}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

RÉGIMEN TURBULENTO

A partir del análisis dimensional de tuberías rectas de diámetro constante, con flujo turbulento y fluido incompresible se deduce:

$$f\left(\frac{L}{D}, \frac{k}{D}, E, \mathrm{Re}\right) = 0$$

$$E = \frac{V}{\sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}}; \quad \pi_3 = \frac{1}{E^2} = \frac{\Delta P}{\rho \cdot V^2}; \quad C_p = \frac{2}{E^2} = \frac{\Delta P}{\rho \cdot \frac{V^2}{2}}$$

Empleando C_P en lugar de E en la primera ecuación:

$$f\left(\frac{L}{D}, \frac{K}{D}, \frac{\Delta P}{\rho \cdot \frac{V^2}{2}}, \mathrm{Re}\right) = 0; \quad \frac{\Delta P}{\rho \cdot \frac{V^2}{2}} = f\left(\frac{L}{D}, \frac{K}{D}, \mathrm{Re}\right)$$

$$\frac{\Delta P}{\gamma} = h_r = \frac{V^2}{2g} \cdot f\left(\frac{L}{D}, \frac{K}{D}, \mathrm{Re}\right)$$

Como experimentalmente se comprueba que la caída de presión es directamente proporcional a la longitud de la tubería, se puede expresar:

$$h_r = J \cdot L = \frac{\Delta P}{\gamma} = \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \cdot f\left(\mathrm{Re}, \frac{k}{D}\right)$$

$$J = f\left(\mathrm{Re}, \frac{k}{D}\right) \cdot \frac{1}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

Ecuación universal de pérdidas de carga de DARCY-WEISBACH, donde f se denomina coeficiente de fricción, y que también puede expresarse en función del caudal Q como:

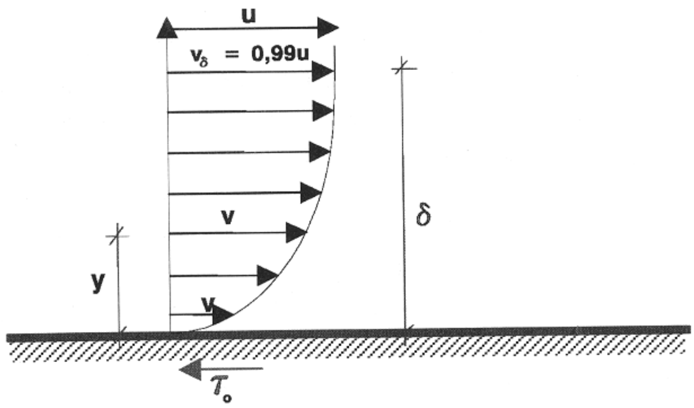
$$V = \frac{Q}{S} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} \Rightarrow V^2 = \frac{16 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot D^4}$$

$$J = \frac{16}{2 \cdot \pi^2 \cdot g} \cdot f(\mathrm{Re}, \frac{k}{D}) \cdot \frac{Q^2}{D^5} = 0{,}0826 \cdot f(\mathrm{Re}, \frac{k}{D}) \cdot \frac{Q^2}{D^5}$$

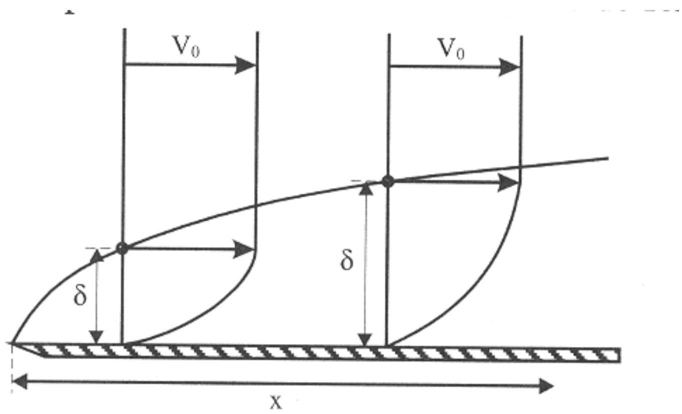
COMPORTAMIENTO DEL FLUJO EN RÉGIMEN TURBULENTO. CAPA LÍMITE Y SUBCAPA LAMINAR

- En 1904 Prandtl presentó su teoría mediante la que expone que el estudio del movimiento de un fluido de escasa viscosidad, como el aire o el agua, puede realizarse asimilándolo a un fluido perfecto, excepto en una **capa límite** próxima a las paredes del conducto, donde tiene lugar todo el gradiente de velocidad y se concentran los efectos de la viscosidad (rozamiento).

- Se acepta que el espesor de la capa límite δ en cada sección es la ordenada que corresponde a una velocidad de 0,99 u, siendo u la velocidad uniforme que tendría el flujo ideal. δ crece a lo largo del contorno por la acción continuada de los esfuerzos tangenciales y disminuye al aumentar el nº de Reynolds (Re).



Capa límite



Desarrollo de la capa límite

- Para valores *Re* bajos, toda la capa límite se encuentra sometida
- Para valores crecientes de *Re*, la capa límite solamente es laminar en las zonas próximas a las paredes y turbulenta en el resto.
- Para valores altos de *Re* la capa límite se hace totalmente turbulenta, excepto en una delgadísima subcapa junto a la pared (**subcapa laminar**).

- En el interior de la **subcapa laminar**, que apenas tiene unas centésimas de mm de espesor (δ'), el gradiente de velocidades es muy grande y es donde se concentran los efectos de la viscosidad (rozamiento).

RUGOSIDAD ABSOLUTA Y RELATIVA DE LAS TUBERÍAS

- Las rugosidades de las paredes de las tuberías comerciales son heterogéneas. La dimensión que define estas rugosidades depende de la naturaleza y estado de la superficie interna, evolucionando con la edad del tubo.
- La rugosidad puede expresarse como una longitud ***k*** (mm), denominada **rugosidad absoluta**, que puede interpretarse como la altura media de las irregularidades (Nikuradse, 1933).
- Para caracterizar el grado de rugosidad de un tubo también se emplea la **rugosidad relativa *k/D*** (adimensional).

Material	k(mm)	Material	k(mm)
Fibrocemento	0.025	PE	0.002 – 0.007
Acero comercial	0.05-0.1	PVC	0.02
Fundición	0.025-0.15	PRFV	0.01-0.03
Hormigón	0,1-1	Vidrio	0.001

Diversos autores recomiendan para tubos en servicio k = 0,1 mm

COMPORTAMIENTO HIDRODINÁMICO DE LAS TUBERÍAS

Tras el desarrollo de la teoría de la capa límite de Prandtl, se distinguen tres tipos de turbulencia:

- Régimen turbulento liso ($\delta' > k$). La rugosidad de la tubería queda dentro de la subcapa laminar, se dice que el tubo se comporta como hidrodinamicamente liso y $f = f\,(Re)$.

- Régimen turbulento rugoso ($\delta' < k$). La rugosidad de la tubería sobresale de la subcapa laminar, se dice que el tubo es hidráulicamente rugoso y $f = f\,(k/D)$.
- Régimen turbulento intermedio ($\delta' \approx k$). El espesor de la subcapa laminar cubre parcialmente las rugosidades de la tubería. En este caso $f = f\,(Re,\ k/D)$.

ECUACIONES DE PÉRDIDA DE CARGA SEMIEMPÍRICAS

$$J = \frac{h_r}{L} = f \cdot \frac{1}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

- Régimen laminar (POISEUILLE):

$$f = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

- Régimen turbulento liso (VON KARMAN y PRANDTL):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log\left[\frac{2.51}{\mathrm{Re} \cdot \sqrt{f}}\right]$$

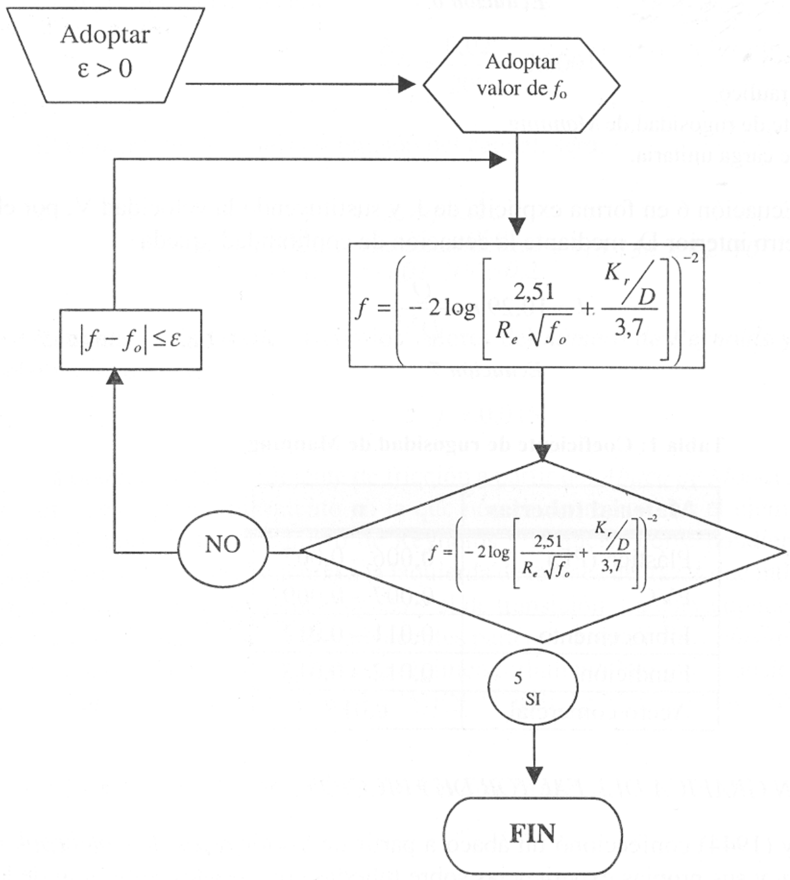
- Régimen turbulento rugoso (NIKURADSE):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log\left[\frac{\frac{k}{D}}{3.7}\right]$$

- Régimen turbulento intermedio (WHITE y COLEBROOK):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log\left[\frac{2.51}{\mathrm{Re} \cdot \sqrt{f}} + \frac{\frac{k}{D}}{3,71}\right]$$

Tanto en la fórmula de VON KARMAN como en la de WHITE y COLEBROOK, el coeficiente de fricción *f* está en forma implícita, por lo que no puede ser despejado. El problema se resuelve mediante métodos iterativos:

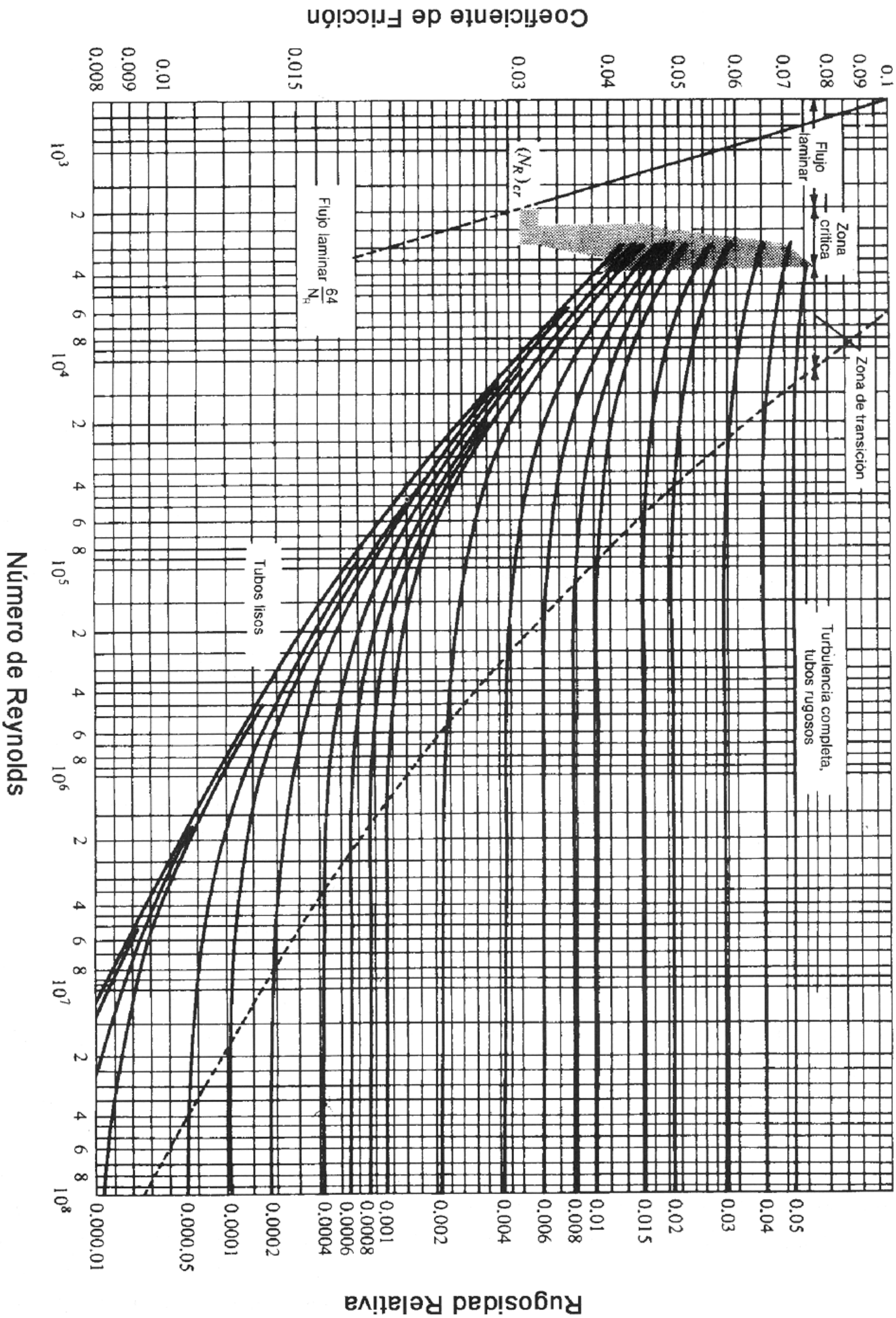


Una buena aproximación de *f*, para cualquier material y Re es la propuesta por JAIN:

$$f = \frac{0{,}25}{\left[\log\left(\frac{\frac{k}{D}}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{\mathrm{Re}^{0{,}9}}\right)\right]^2}$$

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA
Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola
Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)
Tel. 968-325732 – Fax. 968-325732

OBTENCIÓN GRÁFICA DEL FACTOR DE FRICCIÓN (MOODY)



ECUACIONES EMPÍRICAS O EXPONENCIALES DE PÉRDIDAS DE CARGA

$$J = \frac{h_r}{L} = M \cdot D^{-b} \cdot Q^m \qquad J(m/m),\ D(m),\ Q(m^3/s)$$

- Régimen turbulento liso (BLASIUS): adecuada para tuberías de plástico en instalaciones de riego localizado ($3000 < \mathrm{Re} < 10^5$)

$$f = 0{,}3164 \cdot \mathrm{Re}^{-0.25} \quad \Rightarrow \quad J = 0.00078 \cdot D^{-4.75} \cdot Q^{1{,}75} \quad \Rightarrow \quad J \approx V^{1{,}75}$$

- Régimen turbulento rugoso (MANNING):

$$J = 10{,}3 \cdot n^2 \cdot D^{-5{,}33} \cdot Q^2 \quad \Rightarrow \quad J \approx V^2$$

Material tubería	n
PE	0.006-0.007
PVC	0.007-0.009
Fibrocemento	0.011-0.012
Fundición	0.012-0.013
Acero comercial	0.015

- Régimen turbulento intermedio:
  - VERONESE (PVC y $4000 < \mathrm{Re} < 10^6$):

    $$J = 0.00092 \cdot D^{-4.8} \cdot Q^{1.8} \quad \Rightarrow \quad J \approx V^{1.8}$$

  - SCIMEMI (Fibrocemento):

    $$J = 0.00098 \cdot D^{-4.786} \cdot Q^{1.786} \quad \Rightarrow \quad J \approx V^{1.786}$$

  - HAZEN-WILLIAMS (de uso general):

    $$J = 10{,}62 \cdot C^{-1.85} \cdot D^{-4.87} \cdot Q^{1.85} \quad \Rightarrow \quad J \approx V^{1.85}$$

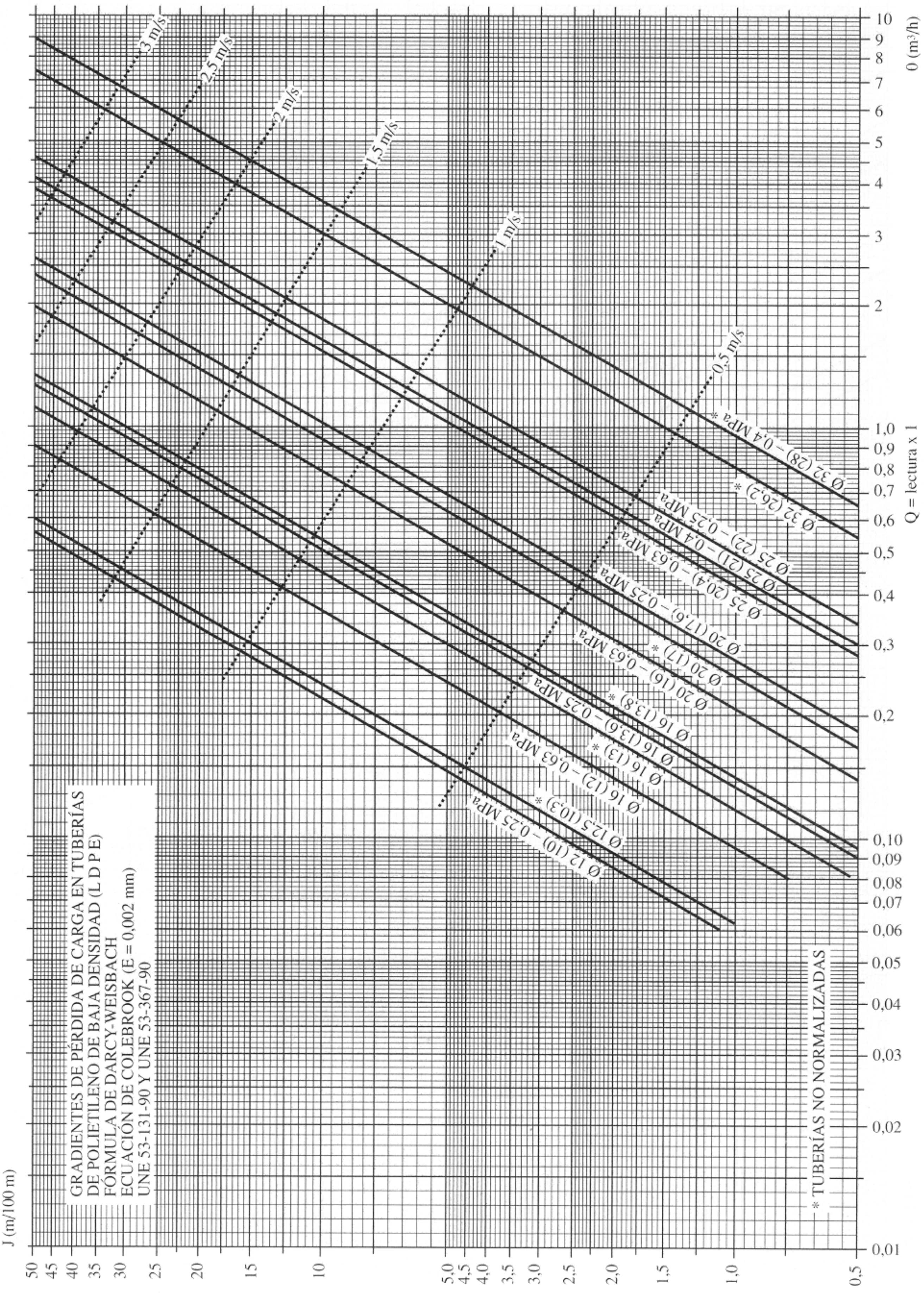
Material tubería	C
PE	150
PVC	150
Fibrocemento	140
PRFV	140-150
Fundición	110-130

  - SCOBEY (ALUMINIO (K=0,40) y ACERO (K=0.42) en aspersión). Incluye 20% de perdidas de carga singulares.

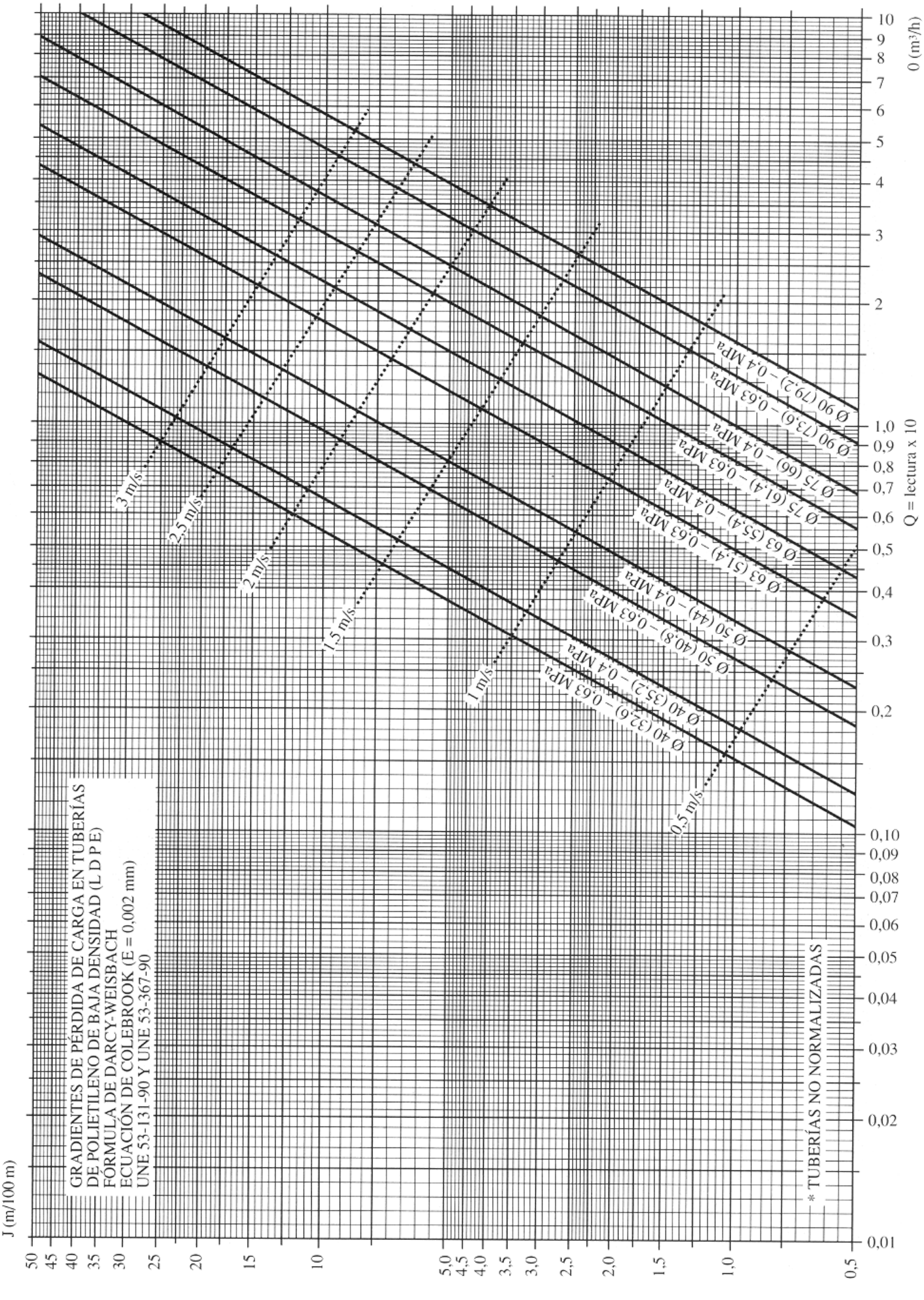
$$J = 0{,}0041 \cdot K \cdot D^{-4.9} \cdot Q^{1.9} \quad \Rightarrow \quad J \approx V^{1.9}$$

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA
Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola
Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)
Tel. 968-325732 – Fax. 968-325732

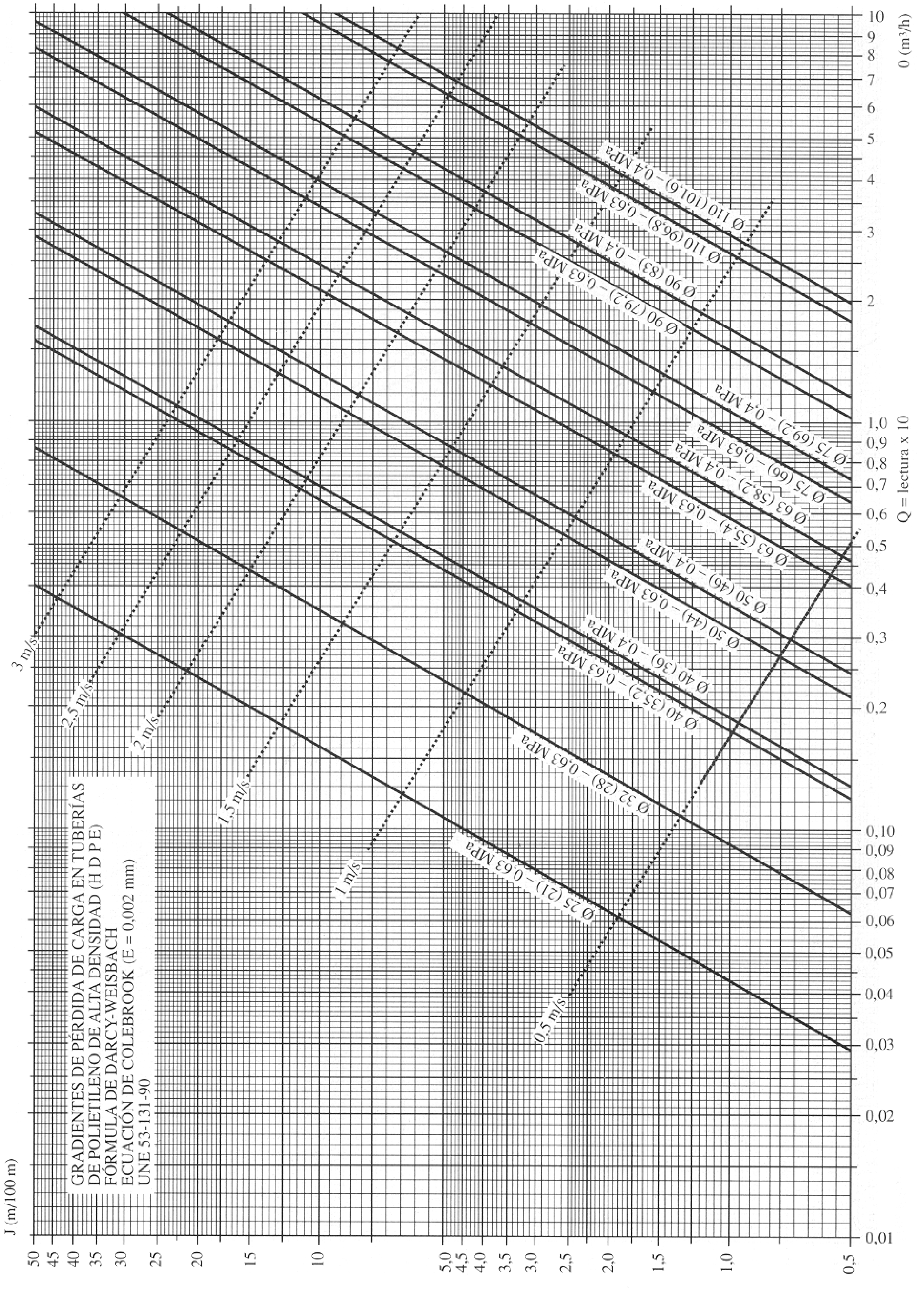
ABACOS COMERCIALES DE PÉRDIDAS DE CARGA



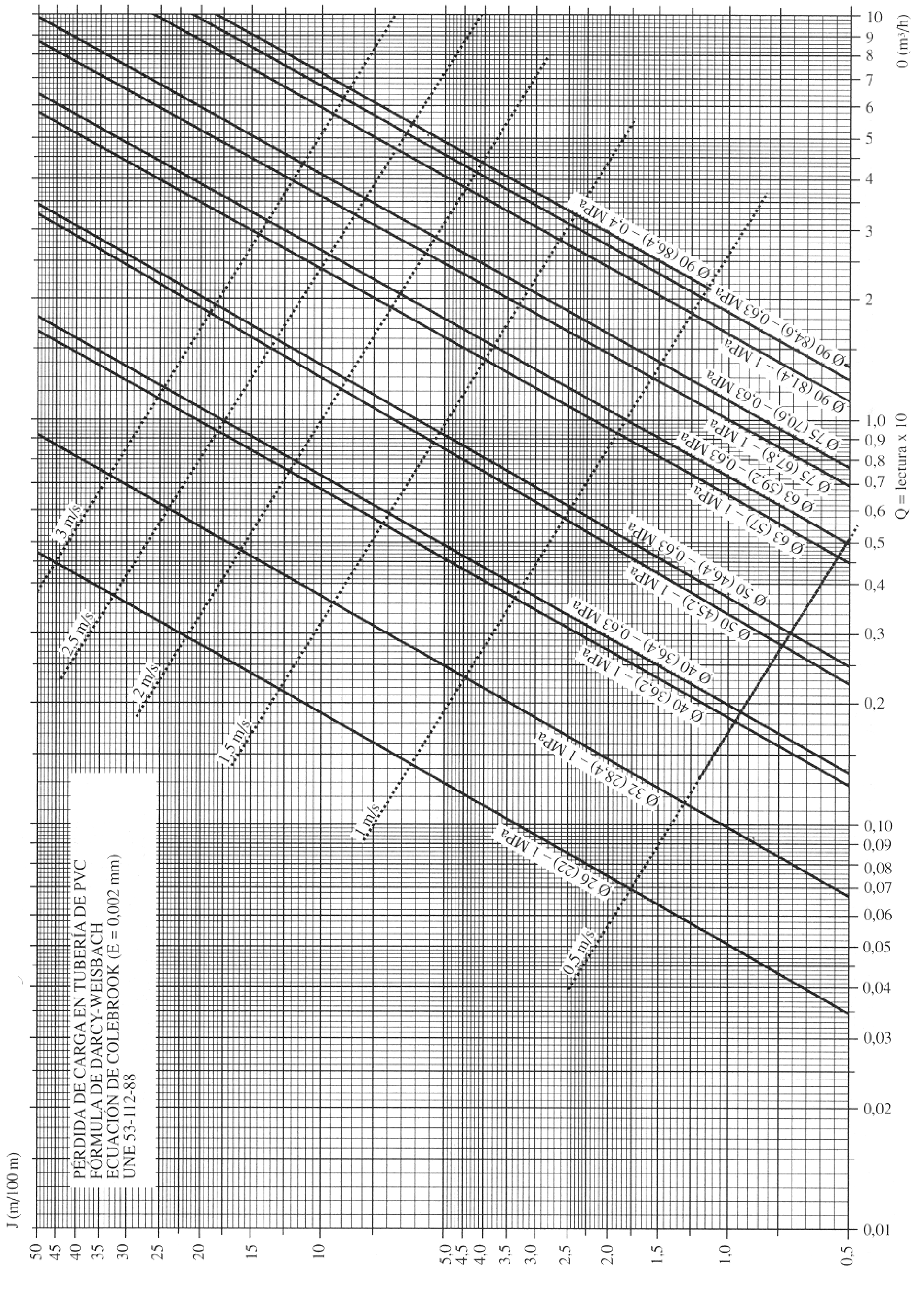
UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA
Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola
Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)
Tel. 968-325732 – Fax. 968-325732



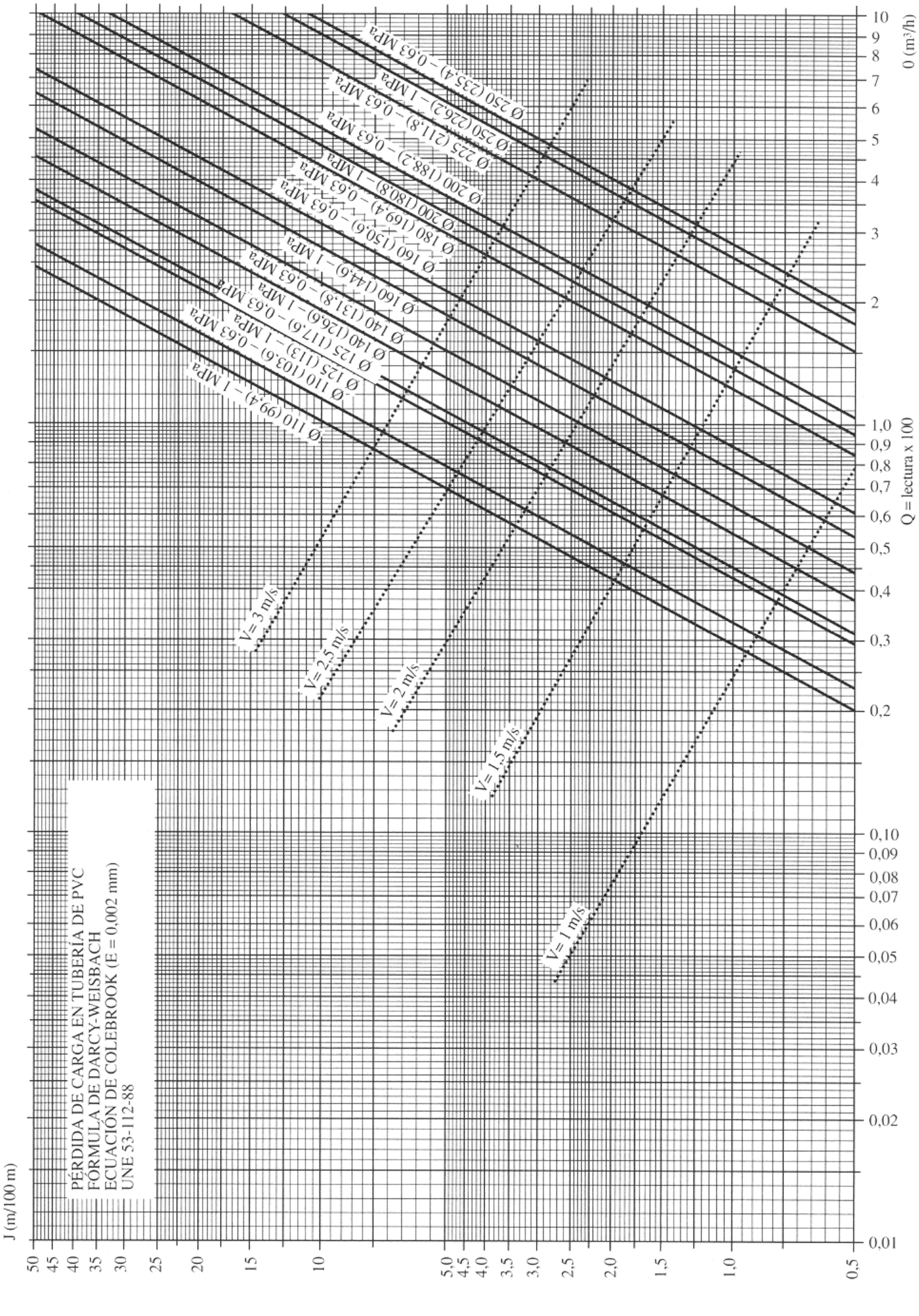
UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA
Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola
Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)
Tel. 968-325732 – Fax. 968-325732



TEMA 6. PÉRDIDAS DE CARGA EN TUBERÍAS A PRESIÓN



UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CARTAGENA
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA AGRONOMICA
Departamento de Ingeniería de Alimentos y del Equipamiento Agrícola
Edificio Minas, Pº Alfonso XIII, 48 • 30203 Cartagena (SPAIN)
Tel. 968-325732 – Fax. 968-325732



PÉRDIDAS DE CARGA SINGULARES

- Debidas a la formación de torbellinos en elementos singulares (codos, derivaciones, válvulas, etc.), como consecuencia de las variaciones de la velocidad en magnitud y/o dirección.
- Pueden considerarse de tres formas:
  - Mediante un coeficiente de pérdidas de carga singulares que multiplica a la energía cinética o al caudal:

$$h_s = K_i \cdot \frac{V^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad K_i\,(a\,\text{dimensional})$$

$$h_s = K'_i \cdot Q^2 \quad \Rightarrow \quad K'_i \left(\frac{m}{\left(\frac{m^3}{s}\right)^2} \right)$$

$$\Delta H_{1\to 2} = h_T = h_r + h_s = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} + \sum_i K_i \cdot \frac{V^2}{2g} = \left(f \cdot \frac{L}{D} + \sum_i K_i \right) \cdot \frac{V^2}{2g}$$

  - Mediante una longitud equivalente (L_e) de tubería:

$$h_s = K_i \cdot \frac{V^2}{2g} = f \cdot \frac{L_e}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad L_e = \frac{K_i \cdot D}{f}$$

$$\Delta H_{1\to 2} = h_T = h_r + h_s = f \cdot \frac{(L + \sum_i L_{e_i})}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

  - Como un % de las pérdidas de carga continuas h_r:

$$h_s = a \cdot h_r \qquad 0{,}05 < a < 0{,}25$$

$$\Delta H_{1\to 2} = h_T = h_r + h_s = h_r + a \cdot h_r = (1+a) \cdot h_r = (1+a) \cdot f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$