Universidad Politécnica de Cartagena
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Agronómica

Ejercicio 1
Cálculo de estructuras

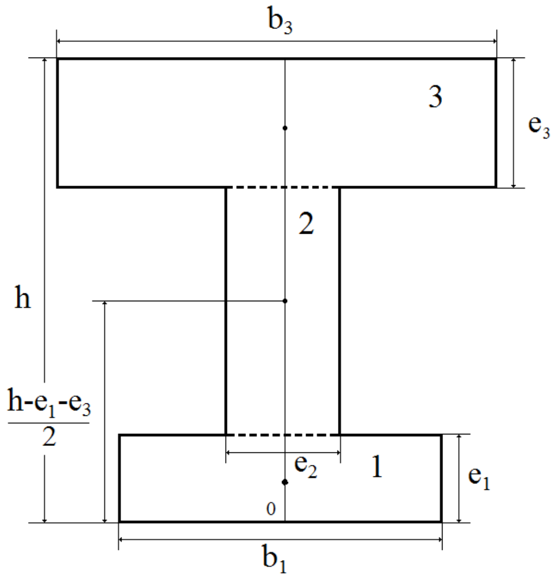
Cartagena 2015

Jorge Cerezo Martínez

Ref. CA. 2.06

Historial del documento

Fecha	Descripción	Rtdo.	Rvdo.	Apdo.
04/10/2018	Compilación de archivos	JCM	JCM	JCM



$e_1 = 20\text{mm}$ $\quad$ $b_1 = 300\text{mm}$

$e_2 = 15\text{mm}$ $\quad$ $b_3 = 500\text{mm}$

$e_3 = 30\text{mm}$ $\quad$ $h = 1000\text{mm}$

-
-
- Hallamos las áreas de los rectángulos

$$A_1 = b_1 \cdot e_1 = 6000\ \text{mm}^2$$
$$A_2 = e_2 \cdot (h - e_1 - e_3) = 14250\ \text{mm}^2$$
$$A_3 = b_3 \cdot e_3 = 15000\ \text{mm}^2$$

- Hallamos los centros de gravedad de los rectángulos

Fig. 1

$$\overline{x_1} = 0\ \text{mm}$$
$$\overline{y_1} = \frac{e_1}{2} \rightarrow 10\ \text{mm}$$

Fig. 2

$$\overline{x_2} = 0\ \text{mm}$$
$$\overline{y_2} = \frac{(h - e_1 - e_3)}{2} + e_1 = 495\ \text{mm}$$

Fig. 3

$$\overline{x_3} = 0\ \text{mm}$$
$$\overline{y_3} = h - \frac{e_3}{2} = 985\ \text{mm}$$

- Hallamos el centro de gravedad de la viga en total

$$\bar{x} = 0\ mm$$
$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i A_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i} \rightarrow \frac{\overline{y_1} \cdot A_1 + \overline{y_2} \cdot A_2 + \overline{y_3} \cdot A_3}{A_1 + A_2 + A_3} \rightarrow \frac{21878850}{35250} = 620{,}96\ \text{mm}$$

- Hallamos los momentos de inercia

Fig. 1

$$I_{x_1} = \frac{{b_1}^3 e_1}{12} \rightarrow \frac{300^3 \cdot 20}{12} = 45000000\ \text{mm}^4$$
$$I_{y_1} = \frac{b_1 \cdot {e_1}^3}{12} \rightarrow \frac{300 \cdot 20^3}{12} = 200000\ \text{mm}^4$$

Fig. 2

$$I_{x_2} = \frac{e_2^3 \cdot (h - e_1 - e_3)}{12} \rightarrow \frac{15^3 \cdot (1000 - 20 - 30)}{12} = 267187{,}5\ \text{mm}^4$$
$$I_{y_2} = \frac{e_2 \cdot (h - e_1 - e_3)^3}{12} \rightarrow \frac{15 \cdot (1000 - 20 - 30)^3}{12} = 1071718750\ \text{mm}^4$$

Fig. 3

$$I_{x_3} = \frac{b_3 \cdot {e_3}^3}{12} \rightarrow \frac{500 \cdot 30^3}{12} = 1125000\ \text{mm}^4$$
$$I_{y_3} = \frac{{b_3}^3 e_3}{12} \rightarrow \frac{500^3 \cdot 30}{12} = 312500000\ \text{mm}^4$$

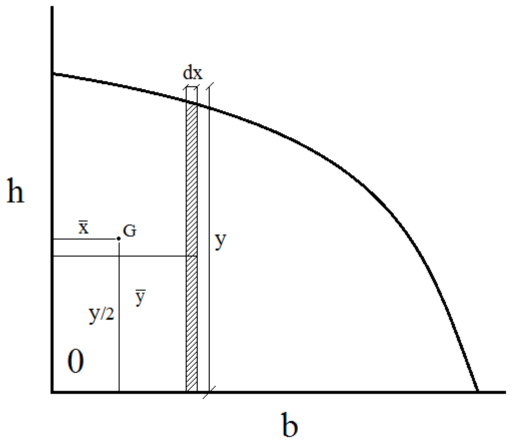
- Aplicamos Steiner

$$I_{x_{cdg}} = \sum [I_x + A \cdot y^2] = \left(I_{x_1} \cdot \left(A_1 \cdot y_1^{2*1}\right)\right) + \left(I_{x_2} \cdot \left(A_2 \cdot y_2^{2*2}\right)\right) + \left(I_{x_3} \cdot \left(A_3 \cdot y_3^{2*3}\right)\right) \rightarrow$$
$$\rightarrow 1{,}00 \cdot 10^{17} + 2{,}54 \cdot 10^{13} + 2{,}23 \cdot 10^{15} = 1{,}02 \cdot 10^{17}$$

$$*1 \quad \bar{y} - y_1 = 620{,}96 - 10 = 610{,}96 \text{ mm}$$
$$*2 \quad \bar{y} - y_2 = 620{,}96 - 495 = 125{,}96 \text{ mm}$$
$$*3 \quad \bar{y} - y_2 = 620{,}96 - 985 = -364{,}04 \text{ mm}$$

$$I_{y_{cdg}} = I_y + A \cdot x^2 \rightarrow I_1 + I_2 + I_3 = 1384418750 \text{ mm}^4$$

2. Ejercicio



$$y = h \cdot \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)$$

- Hallamos el área de la figura

$$A = \int_0^b h \cdot \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right) dx \rightarrow \int_0^b h \cdot \frac{x^2 h}{b^2} dx \rightarrow \int_0^b h \cdot \frac{x^2 h}{b^2} dx \rightarrow \int_0^b h\, dx - \int_0^b \frac{x^2 h}{b^2} dx \rightarrow$$
$$\rightarrow \left[hx - \frac{h}{b^2} \cdot \frac{x^3}{3}\right]_0^b \rightarrow \left(hb - \frac{h}{b^2} \cdot \frac{b^3}{3}\right) - \left(h \cdot 0 - \frac{h}{b^2}\right) \rightarrow h\left(b - \frac{b}{3}\right) \rightarrow \frac{2}{3} hb\ u^2$$

- Hallamos los centros de gravedad

$$\bar{x} = \frac{Q_y}{A} \rightarrow Q_y = \int x \cdot dA \xrightarrow{dA = y \cdot dx} \int x \cdot y \cdot dx \xrightarrow{y = h \cdot \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)} \int_0^b x\left(h \cdot \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)\right) dx \rightarrow \int_0^b xh - \frac{hx^3}{b^2} dx \rightarrow$$
$$\rightarrow \int_0^b xh\, dx - \int_0^b \frac{hx^3}{b^2} dx \rightarrow \frac{hx^2}{2} - \frac{hx^4}{4b^2}\Big]_0^b \rightarrow \frac{hb^2}{2} - \frac{hx^4}{4b^2} \rightarrow \frac{2hb^4}{4b^2} - \frac{hb^4}{4b^2} \rightarrow \frac{hb^2}{4} u$$

$$\bar{y} = \frac{Q_x}{A} \rightarrow \int \frac{y}{2} dA \xrightarrow{dA = y \cdot dx} \int_0^b \frac{y^2}{2} dx \xrightarrow{y = h \cdot \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)} h \int_0^b \frac{\left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)^2}{2} dx \rightarrow h^2 \int_0^b 1 - \frac{2x^2}{b} + \frac{x^4}{b^2} dx \rightarrow x - \frac{2x^3}{3b} + \frac{x^5}{5b^2}\Big]_0^b \rightarrow$$
$$\rightarrow h^2\left(b - \frac{2b^2}{3b} + \frac{b^5}{5b^2}\right) \rightarrow h^2\left(b - \frac{2}{3} b + \frac{b^3}{5}\right) \rightarrow \frac{h^2(b + b^3)}{3}\ u$$